

Forecasting Stock Price and Exchange Rate Volatility Using a Comparative Approach of Geometric Brownian Motion and Neural Networks

1. Rouzbeh Zarezadeh¹: Department of Accounting, Se.C., Islamic Azad University, Semnan, Iran

2. Artin Beytari^{2*}: Department of Accounting, ShQ.Z., Islamic Azad University, Tehran, Iran. Email: Beytari@iau.ac.ir (Corresponding Author)

3. Mohammadreza Ghorbanian³: Department of Management, ShQ.Z., Islamic Azad University, Tehran, Iran

4. Hossein Badiei⁴: Department of Accounting, ST.C., Islamic Azad University, Tehran, Iran

Article history



Received: 06 August 2025

Revised: 24 December 2025

Accepted: 31 December 2025

Initial Publish: 28 January 2026

Final Publish: 23 September 2026

Abstract:

This study aims to compare the predictive power of the Geometric Brownian Motion (GBM) model and neural networks in forecasting volatility of Tehran Stock Exchange price index and exchange rate. This applied quantitative study used monthly data of the Tehran Stock Exchange price index and official exchange rate from 2012 to 2023. Volatility presence was first confirmed using the ARCH test. Volatility modeling was then performed using a numerically solved GBM framework based on stochastic differential equations and the Fokker–Planck approach, and its performance was compared with an online-learning neural network model. Model accuracy was evaluated using the coefficient of determination (R^2) and root mean squared error (RMSE). For the stock price index, the GBM model achieved $R^2 = 0.5751$ and $RMSE = 0.059$, outperforming the neural network ($R^2 = 0.438$; $RMSE = 0.448$). For the exchange rate, GBM yielded $R^2 = 0.5245$ and $RMSE = 0.026$, compared to $R^2 = 0.410$ and $RMSE = 0.447$ for the neural network. Both research hypotheses were statistically supported, confirming the superior predictive performance of the GBM model. The Geometric Brownian Motion model demonstrates significantly higher predictive accuracy and explanatory power than neural networks in forecasting stock market and exchange rate volatility, offering a more reliable analytical framework for financial forecasting and investment decision-making.

Keywords: Financial volatility, Geometric Brownian Motion, Neural networks, Stock price index, Exchange rate



Extended Abstract**Introduction**

Forecasting financial market volatility remains one of the most challenging and consequential tasks in modern financial economics. Volatility in stock prices and exchange rates plays a central role in portfolio allocation, risk management, macroeconomic stabilization, and monetary policy design. Empirical evidence indicates that exchange rate fluctuations strongly influence unemployment, inflation, financial stability, and economic growth, particularly in developing and emerging economies (Abdi Seyyed Kalaei et al., 2025; Alemu, 2025; Saeedi et al., 2025; Shavvalpour Arani et al., 2024; Tejesh, 2024). Simultaneously, stock markets act as sensitive barometers of macroeconomic expectations and policy credibility, reacting sharply to both domestic and international shocks (Candian & De Leo, 2025; Pirpour & Samsami Mazra'e Akhound, 2025). The intertwined behavior of stock prices and exchange rates therefore constitutes a critical domain for advanced forecasting research.

Traditional econometric models have long been used to analyze financial volatility; however, their linear structure and restrictive assumptions often fail to capture the nonlinear, non-stationary, and highly complex dynamics observed in real markets (Amat et al., 2018; Su et al., 2023). In response, machine learning and artificial intelligence techniques have gained prominence due to their capacity to model nonlinear relationships and extract hidden patterns from massive datasets (Chang et al., 2024; Rouf et al., 2021; Yao et al., 2022; Zhang & Lu, 2024). Neural networks, in particular, have demonstrated impressive predictive accuracy across diverse financial applications (Chahuán-Jiménez, 2024; Khosravi & Amirhosseini, 2023; Santoso et al., 2018; Taftiyan et al., 2023). Yet, the literature also emphasizes persistent limitations of these models, including vulnerability to overfitting, instability under structural breaks, and limited economic interpretability (Demšar & Zupan, 2021; Murshed et al., 2020).

Parallel to this data-driven paradigm, stochastic process-based modeling grounded in financial theory has experienced renewed interest. Geometric Brownian Motion (GBM), as one of the foundational frameworks of modern financial modeling, offers a mathematically consistent representation of asset price dynamics and underpins numerous pricing and forecasting models (Agustini, 2018; Bentis & Lyu, 2022; Brătian et al., 2022; Chen et al., 2016; Sadeghi et al., 2019; Sinha, 2024). Recent developments have extended classical GBM into advanced formulations such as the Water Drop Motion algorithm, which incorporates nonlinear diffusion dynamics and provides improved volatility extraction through numerical solutions of stochastic differential equations (Arias et al., 2020; Sarraf Nejad et al., 2023; Ziaei Najafabadi & Ghazi Fini, 2023). Empirical studies—particularly in the Iranian capital market—suggest that this approach yields superior predictive stability under high volatility regimes compared to conventional statistical and machine-learning models (Sarraf Nejad et al., 2023; Ziaei Najafabadi & Ghazi Fini, 2023).

Despite the parallel growth of these two methodological streams, systematic comparative evaluation between modern neural network models and advanced GBM-based approaches in forecasting the volatility of both stock prices and exchange rates remains scarce, especially within emerging market contexts. This study addresses this gap by providing a comprehensive comparison between the Geometric Water Drop Motion model and neural networks for forecasting volatility in the Tehran Stock Exchange price index and Iran's exchange rate.

Methods and Materials

The study employed a quantitative applied research design. The statistical population consisted of the Tehran Stock Exchange overall price index and the official exchange rate of Iran. Monthly observations from 2012 to 2023 were used as the research sample.

The analysis proceeded in several stages. First, volatility clustering was diagnosed using the ARCH test to confirm the presence of conditional heteroskedasticity in both time series. Next, the Geometric Water Drop Motion model was implemented through numerical solutions of stochastic differential equations derived from the Fokker–Planck framework. Parameters were estimated by optimizing kurtosis conditions, and model fit was evaluated using the coefficient of determination (R^2) and root mean squared error (RMSE).

In parallel, an online-learning neural network was developed using incremental stochastic gradient descent. Seventy percent of observations were used for training and thirty percent for out-of-sample testing. Forecast performance of the neural network was assessed using the same R^2 and RMSE metrics to ensure comparability.

Findings

ARCH test results confirmed significant volatility clustering in both the stock index and exchange rate series at the 95% confidence level, validating the suitability of volatility modeling.

For the stock price index, the Geometric Water Drop Motion model achieved an R^2 of 0.5751 and an RMSE of 0.059, indicating strong explanatory power and high forecast precision. In contrast, the neural network produced an R^2 of 0.438 and an RMSE of 0.448.

For the exchange rate, the Water Drop model yielded an R^2 of 0.5245 with an RMSE of 0.026, substantially outperforming the neural network's R^2 of 0.410 and RMSE of 0.447.

Across both markets and both performance criteria, the Water Drop Motion model consistently demonstrated superior predictive accuracy and lower forecast error. Hypothesis testing confirmed that the predictive power of the Geometric Water Drop Motion model is significantly higher than that of the neural network for both stock market volatility and exchange rate volatility.

Discussion and Conclusion

The results provide strong empirical evidence that volatility in both stock prices and exchange rates within the Iranian financial system is more accurately captured by the Geometric Water Drop Motion framework than by data-driven neural networks. The Water Drop model's superior performance can be attributed to its theoretical grounding in stochastic dynamics, which enables it to directly model intrinsic market randomness and nonlinear diffusion mechanisms. By contrast, neural networks, although flexible, rely heavily on historical pattern learning and exhibit sensitivity to structural changes and regime shifts.

These findings carry important implications for financial modeling in volatile emerging markets. They indicate that reliance on machine learning alone may expose forecasting systems to instability, whereas integration of stochastic-theoretical models offers improved robustness and interpretability. From a practical perspective, the Water Drop Motion model provides a reliable analytical foundation for investors, risk managers, and policymakers seeking stable forecasts under conditions of heightened uncertainty.

In conclusion, the study demonstrates that Geometric Water Drop Motion constitutes a highly effective framework for forecasting financial volatility and significantly outperforms neural network models in the Iranian stock and currency markets. The evidence supports a paradigm shift toward theoretically grounded stochastic modeling as a core component of advanced financial forecasting systems.

Authors' Contributions

Authors equally contributed to this article.

Acknowledgments

Authors thank all participants who participate in this study.

Declaration of Interest

The authors report no conflict of interest.

Funding

According to the authors, this article has no financial support.

Ethical Considerations

All procedures performed in this study were under the ethical standards.

پیش‌بینی تلاطم قیمت سهام و نرخ ارز با رویکرد مقایسه‌ای الگوی ژئومتریک حرکت قطره و شبکه‌های عصبی

تاریخچه مقاله

تاریخ دریافت: ۱۵ مرداد ۱۴۰۴

تاریخ بازنگری: ۳ دی ۱۴۰۴

تاریخ پذیرش: ۱۰ دی ۱۴۰۴

تاریخ چاپ اولیه: ۸ بهمن ۱۴۰۴

تاریخ چاپ نهایی: ۱ مهر ۱۴۰۵

۱. روزبه زارع زاده^{1a}: گروه حسابداری، واحد سمnan، دانشگاه آزاد اسلامی، سمnan، ایران

۲. آرتین بیطاری^{1b}*: گروه حسابداری، واحد شهرقدس، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران. ایمیل: Beytari@iau.ac.ir (نویسنده مسئول)

۳. محمدرضا قربانیان^{1c}: گروه مدیریت، واحد شهرقدس، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

۴. حسین بدیعی^{1d}: گروه حسابداری، واحد تهران جنوب، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

چکیده

هدف این پژوهش مقایسه قدرت پیش‌بینی الگوی ژئومتریک حرکت قطره و شبکه عصبی در تبیین و پیش‌بینی تلاطم شاخص قیمت سهام بورس اوراق بهادار تهران و نرخ ارز است. پژوهش حاضر از نوع کاربردی و با رویکرد کمی است. جامعه آماری شامل شاخص کل قیمت سهام بورس اوراق بهادار تهران و نرخ ارز رسمی و نمونه پژوهش داده‌های ماهانه طی دوره ۱۳۹۱ تا ۱۴۰۲ می‌باشد. ابتدا وجود تلاطم با آزمون ARCH بررسی شد، سپس الگوسازی تلاطم با استفاده از الگوی ژئومتریک حرکت قطره مبتنی بر حل عددی معادلات دیفرانسیل تصادفی و الگوریتم فوکر-پلانک انجام گرفت و نتایج آن با خروجی شبکه عصبی مبتنی بر الگوریتم یادگیری آنلاین مقایسه شد. معیارهای ارزیابی شامل ضریب تشخیص (R^2) و مجموع مجذور خطا (RMSE) بودند. نتایج نشان داد که برای شاخص قیمت سهام، الگوی حرکت قطره دارای ضریب تشخیص ۰.۵۷۵۱ و RMSE برابر با ۰.۰۵۹ است، در حالی که شبکه عصبی به ترتیب R^2 برابر با ۰.۴۳۸ و RMSE برابر با ۰.۴۴۸ را نشان داد. برای نرخ ارز نیز الگوی حرکت قطره با R^2 برابر با ۰.۵۲۴۵ و RMSE برابر با ۰.۰۲۶ عملکرد بهتری نسبت به شبکه عصبی با R^2 برابر با ۰.۴۱۰ و RMSE برابر با ۰.۴۴۷ ارائه نمود. در نتیجه هر دو فرضیه پژوهش مبنی بر برتری معنادار الگوی حرکت قطره تأیید شدند. الگوی ژئومتریک حرکت قطره نسبت به شبکه عصبی از دقت و قدرت توضیح‌دهندگی بالاتری در پیش‌بینی تلاطم شاخص قیمت سهام و نرخ ارز برخوردار است و می‌تواند ابزار کارآمدتری برای تحلیلگران مالی و تصمیم‌گیران سرمایه‌گذاری باشد.

کلیدواژگان: تلاطم مالی، حرکت براونی ژئومتریک، شبکه عصبی، شاخص قیمت سهام، نرخ ارز

شبهه استناددهی: زارع زاده، روزبه، بیطاری، آرتین، قربانیان، محمدرضا، و بدیعی، حسین. (۱۴۰۵). پیش‌بینی تلاطم قیمت سهام و نرخ ارز با رویکرد مقایسه‌ای الگوی ژئومتریک حرکت قطره و شبکه‌های عصبی. *حسابداری، امور مالی و هوش محاسباتی*، ۴(۳)، ۱۷-۱.



پیش‌بینی رفتار بازارهای مالی یکی از بنیادی‌ترین و در عین حال پیچیده‌ترین چالش‌های اقتصاد مالی معاصر است؛ چالشی که با افزایش یکپارچگی بازارهای جهانی، شتاب تحولات فناوری مالی و گسترش ابزارهای نوین سرمایه‌گذاری بیش از پیش اهمیت یافته است. در این میان، تلاطم قیمت سهام و نرخ ارز به‌عنوان دو متغیر کلیدی، نقش تعیین‌کننده‌ای در شکل‌گیری انتظارات سرمایه‌گذاران، سیاست‌گذاری‌های کلان اقتصادی و ثبات نظام‌های مالی ایفا می‌کنند. نوسانات این دو متغیر نه‌تنها بر سودآوری پرتفوی‌های سرمایه‌گذاری اثرگذار است، بلکه پیامدهای گسترده‌ای برای رشد اقتصادی، تورم، اشتغال و ثبات مالی دارد (Abdi Seyyed Kalaei et al., 2025; Alemu, 2025; Tejesh, 2024). از این‌رو، توسعه الگوهای دقیق، پایدار و قابل اتکا برای پیش‌بینی تلاطم قیمت سهام و نرخ ارز، به یکی از محورهای اصلی پژوهش‌های مالی و اقتصادی بدل شده است.

نرخ ارز به‌عنوان قیمت نسبی پول ملی در برابر ارزهای خارجی، از کانال‌های متعددی بر متغیرهای حقیقی و مالی اقتصاد اثر می‌گذارد. مطالعات نشان داده‌اند که شوک‌های ارزی به‌طور معناداری بر تورم، اشتغال و ثبات مالی تأثیرگذار هستند و عدم قطعیت ناشی از سیاست‌های پولی و ارزی می‌تواند به بی‌ثباتی سیستم مالی منجر شود (Abdi Seyyed Kalaei et al., 2025; Alemu, 2025; Candian & De Leo, 2025; Saeedi et al., 2025; Shavvalpour Arani et al., 2024). هم‌زمان، بازار سهام نیز به‌عنوان آینه انتظارات فعالان اقتصادی نسبت به آینده اقتصاد، به‌شدت نسبت به تحولات نرخ ارز، تورم و سیاست‌های پولی حساس است (Pirpour & Samsami, 2024; Mazra'e Akhound, 2025; Tejesh, 2024). بنابراین، تحلیل هم‌زمان تلاطم این دو متغیر و بررسی تعامل پویای میان آن‌ها، برای درک عمیق‌تر سازوکارهای مالی ضروری است.

در دهه‌های اخیر، پژوهشگران به‌طور فزاینده‌ای از روش‌های کمی پیشرفته برای مدل‌سازی رفتار بازارهای مالی استفاده کرده‌اند. رویکردهای سنتی مبتنی بر اقتصادسنجی کلاسیک، اگرچه بنیان‌های نظری مستحکمی دارند، اما در مواجهه با غیرخطی بودن، ناپایداری و رفتارهای پیچیده بازارهای مالی، با محدودیت‌های جدی مواجه‌اند (Amat et al., 2018; Su et al., 2023). در واکنش به این چالش‌ها، روش‌های یادگیری ماشین و هوش مصنوعی به‌عنوان ابزارهایی قدرتمند برای کشف الگوهای پنهان در داده‌های مالی مطرح شده‌اند (Chang et al., 2024; Rouf et al., 2021; Taftiyan et al., 2023; Zhang & Lu, 2024). این روش‌ها توانایی بالایی در مدل‌سازی روابط غیرخطی و پردازش حجم عظیم داده‌ها دارند و در بسیاری از مطالعات عملکرد مناسبی در پیش‌بینی قیمت سهام و شاخص‌های مالی نشان داده‌اند (Chahuán-Jiménez, 2024; Khosravi & Amirhosseini, 2023; Santoso et al., 2018; Yao et al., 2022).

با این حال، استفاده گسترده از الگوریتم‌های یادگیری ماشین بدون چالش نبوده است. یکی از مهم‌ترین محدودیت‌های این روش‌ها، خطر بیش‌برازش و کاهش قابلیت تعمیم مدل‌ها در مواجهه با داده‌های جدید است (Demšar & Zupan, 2021). افزون بر این، بسیاری از مدل‌های یادگیری ماشین فاقد تبیین‌پذیری اقتصادی هستند و این مسئله استفاده از آن‌ها را در تصمیم‌سازی‌های کلان محدود می‌سازد (Murshed et al., 2020). این چالش‌ها سبب شده است که توجه پژوهشگران بار دیگر به الگوهای مبتنی بر نظریه‌های تصادفی و فرآیندهای ریاضی بنیادی جلب شود.

در این میان، الگوی حرکت براونی هندسی به‌عنوان یکی از ستون‌های نظری مدل‌سازی مالی، جایگاه ویژه‌ای در ادبیات پیش‌بینی بازارهای مالی دارد. این الگو که ریشه در نظریه فرآیندهای تصادفی دارد، رفتار قیمت دارایی‌ها را به‌صورت مسیره‌های تصادفی پیوسته مدل‌سازی می‌کند و مبنای بسیاری از مدل‌های قیمت‌گذاری و پیش‌بینی مالی محسوب می‌شود (Agustini, 2018; Bentis & Lyu, 2022; Brătian et al., 2022; Chen et al., 2016; Sadeghi et al., 2019; Sinha, 2024). مطالعات اخیر نشان داده‌اند که الگوهای مبتنی بر حرکت براونی، به‌ویژه در تحلیل تلاطم شاخص‌های مالی و قیمت ارز، از دقت بالایی برخوردارند و در شرایط بحران مالی نیز پایداری بیشتری نسبت به بسیاری از روش‌های داده‌محور از خود نشان می‌دهند (Brătian et al., 2022; Sinha, 2024).

در سال‌های اخیر، توسعه نسخه‌های تعمیم‌یافته حرکت براونی و به‌ویژه الگوریتم «حرکت قطره آب» به‌عنوان چارچوبی نوین برای مدل‌سازی تلاطم بازارهای مالی، افق‌های جدیدی در پژوهش‌های مالی گشوده است. این رویکرد که بر مبنای حل عددی معادلات دیفرانسیل تصادفی و الگوریتم فوکر-پلانک بنا شده، امکان استخراج مستقیم ساختار

تلاطم از داده‌های مالی را فراهم می‌سازد و نسبت به روش‌های صرفاً داده‌محور، از تبیین‌پذیری نظری بالاتری برخوردار است (Arias et al., 2020; Sarraf Nejad et al., 2023; Ziaei Najafabadi & Ghazi Fini, 2023). یافته‌های این مطالعات نشان می‌دهد که الگوی حرکت قطره، به‌ویژه در بازار سرمایه ایران، در مقایسه با بسیاری از روش‌های آماری و یادگیری ماشین، قدرت توضیح‌دهندگی و دقت پیش‌بینی بالاتری دارد (Sarraf Nejad et al., 2023; Ziaei Najafabadi & Ghazi Fini, 2023). در مقابل، جریان غالب پژوهش‌های بین‌المللی همچنان بر توسعه مدل‌های یادگیری ماشین عمیق برای پیش‌بینی بازار سهام و شاخص‌های اقتصادی متمرکز است (Chahuán-Jiménez, 2024; Chang et al., 2024; Zhang & Lu, 2024). اگرچه این مدل‌ها در بسیاری از کاربردها عملکرد مناسبی نشان داده‌اند، اما مقایسه مستقیم آن‌ها با الگوهای مبتنی بر حرکت براونی و نسخه‌های نوین آن، هنوز در ادبیات پژوهشی به‌صورت جامع و نظام‌مند انجام نشده است. به‌ویژه در زمینه بررسی هم‌زمان تلاطم قیمت سهام و نرخ ارز، خلأ پژوهشی قابل توجهی مشاهده می‌شود.

بازار سرمایه و بازار ارز ایران به‌دلیل ساختار خاص اقتصادی، محدودیت‌های بین‌المللی و نوسانات شدید کلان اقتصادی، محیطی منحصر به فرد برای آزمون کارایی الگوهای پیش‌بینی مالی فراهم می‌آورد. پژوهش‌های داخلی نشان داده‌اند که شوک‌های ارزی و بی‌ثباتی‌های سیاستی تأثیرات عمیقی بر بازار سرمایه ایران داشته و ضرورت توسعه الگوهای بومی و سازگار با این شرایط را دوچندان کرده است (Pirpour & Samsami Mazra'e Akhound, 2025; Saedi et al., 2025; Sarraf Nejad et al., 2023; Ziaei Najafabadi & Ghazi Fini, 2023). در چنین بستری، مقایسه کارایی الگوی حرکت قطره و شبکه‌های عصبی می‌تواند شواهد تجربی ارزشمندی برای سیاست‌گذاران، تحلیلگران مالی و سرمایه‌گذاران فراهم سازد.

افزون بر این، تحولات اخیر در اقتصاد جهانی، افزایش نااطمینانی‌های ژئوپلیتیکی و شوک‌های بی‌درپی مالی، اهمیت برخورداری از ابزارهای پیش‌بینی دقیق و پایدار را بیش از پیش برجسته کرده است (Alemu, 2025; Candian & De Leo, 2025; Shavvalpour Arani et al., 2024). در چنین شرایطی، تکیه صرف بر مدل‌های داده‌محور بدون پشتوانه نظری مستحکم می‌تواند تصمیم‌سازی‌های مالی را با ریسک‌های جدی مواجه سازد. از این منظر، بازگشت به الگوهای مبتنی بر نظریه فرآیندهای تصادفی و ترکیب آن‌ها با روش‌های نوین تحلیل داده، مسیری امیدوارکننده برای ارتقای کیفیت پیش‌بینی‌های مالی تلقی می‌شود (Bentis & Lyu, 2022; Brătian et al., 2022; Sinha, 2024).

مرور ادبیات نشان می‌دهد که اگرچه هر یک از دو رویکرد حرکت براونی و یادگیری ماشین به‌طور جداگانه مورد بررسی گسترده قرار گرفته‌اند، اما مقایسه نظام‌مند آن‌ها در چارچوب پیش‌بینی تلاطم قیمت سهام و نرخ ارز، به‌ویژه در اقتصاد ایران، همچنان محدود است. این خلأ پژوهشی، ضرورت انجام مطالعه‌ای جامع را برجسته می‌سازد که ضمن بهره‌گیری از داده‌های واقعی بازار، کارایی این دو رویکرد را با شاخص‌های کمی معتبر مورد ارزیابی قرار دهد. بر این اساس، هدف این پژوهش مقایسه قدرت پیش‌بینی الگوی ژئومتریکی حرکت قطره و شبکه‌های عصبی در تبیین و پیش‌بینی تلاطم شاخص قیمت سهام بورس اوراق بهادار تهران و نرخ ارز است.

روش پژوهش و مواد

در این پژوهش متغیر وابسته و مستقل در بررسی سنجش نوسانات با استفاده از الگوی حرکت قطره جایگاهی ندارد؛ زیرا هدف بررسی و پیش‌بینی بر اساس حرکت شاخص قیمت سهام بر مبنای کار با یک سری زمانی از داده‌ها است؛ به جای الگوی رگرسیون که دارای متغیر مستقل و وابسته است؛ در الگوی معادلات دیفرانسیلی به روش‌های حرکت قطره تنها یک متغیر (شاخص قیمت سهام) مورد تجزیه و تحلیل قرار خواهد گرفت. در الگوی حرکت ژئومتریکی قطره، فرض است که حرکت بعدی قیمت بر اساس جمله قطره^۱ قابل پیش‌بینی است.

برای تحلیل روش مورد نظر بر طبق مطالعه بنیس و همکاران (۲۰۲۲) الگو کلی پژوهش به شکل معادله (۱) است.

¹ Drift Term

$$X_{(t_0,t)} = I_{(t_0,t)} - I_{(t)} \quad (1)$$

به طوری که $I_{(t_0,t)}$ شاخص قیمت سهام در زمان t است. $(t > t_0)$. در رویکرد معادله حرکت فوق $X_{(t_0,t)}$ که دارای دو جمله کلی است. $I_{(t_0,t)}$ دارای روند یا همان بردار متغیرهای برونزا است و نوفه سفید فرضی در جمله حرکت $I_{(t)}$ قرار دارد. حال با فرض توزیع گاوسی^۱ از درجه q رابطه حرکت الگوی پژوهش به شکل رابطه (۲) قابل استخراج است:

$$X_{(t)} = \bar{X}_{(t_0,t)} + x \quad (2)$$

که در معادله (۲) $X_{(t)}$ دارای دوجمله قابل تشخیص و قابل بررسی است که $\bar{X}_{(t_0,t)}$ شامل برداری از متغیرهای قابل تشخیص است و x شامل جمله نوفه سفید از نوع روش حل گاوسی از درجه q است و بر خلاف فرضیه اختصاص عدد منفی تنها مقادیر مثبت شاخص را اختیار می‌کند و از تابع توزیع نرمال تبعیت نمی‌کند. بنابراین تابع توزیع احتمال x به شرح معادله (۳) است:

$$P_{(x,t)} = \frac{1}{d_t^{1/a}} \frac{1}{C_q} [1 - (1 - q) \frac{x^2}{d_t^a}]^{\frac{1}{1-q}} \quad (3)$$

به طوری که d و q و a وابسته به زمان بوده و بقیه به شکل اسکالر به روش عدد محاسبه شده و در الگو حضور دارند. با روش ارزیابی عددی منحنی تحت نرم افزارهایی مثل متلب کمی نیاز به استفاده از عملگرها و توابع ریاضی است تا بتوان جمله حرکت قطره در معادله حرکت شاخص قیمت را محاسبه و ترسیم نمود. به همین منظور در حالت کالیبره شده C_q ضریب ثابتی است که از مقادیر گشتاوری $1 < q < n$ بسته به میزان کشیدگی اوج داده‌ها اختیار کند. مثلاً برای داده‌های شاخص قیمت سهام بورس تهران در این پژوهش مقدار بهینه کشیدگی اوج $n=8$ محاسبه شد که در روش ارزیابی از طریق معادلات حرکت میانگین متحرک سری زمانی شاخص قیمت سهام و نرخ ارز روند زدایی نیز استفاده شده است.

از نظر تئوری ژئومتریکی قطرات آب توزیع یک متغیر غیر نرمال مثل شاخص قیمت سهام در یک روند مشخص می‌تواند توزیع نمایی را اختیار کند. در این راستا ابتدا جمله ثابت الگو (C_q) به شرح (۴) محاسبه شده است:

$$C_{(8)} = \sqrt{\frac{\pi \Gamma(5)/2(7)}{\Gamma(\frac{1}{2})}} \quad (4)$$

بنابراین فرم تغییر یافته متغیرها؛ چنانچه $\xi = \frac{3-q}{a}$ و برابر t^ξ باشد و معادله حرکت کل جملات $P(x,t)$ شامل توزیع نمایی مشاهدات باشد؛ آنگاه فرم مشتقات جزئی الگو (۲) با توجه به رابطه (۴) به شکل رابطه (۵) است:

$$\frac{\partial p}{\partial T} = d^\xi \frac{\partial^2 p^{2-q}}{\partial^2 x} \quad (5)$$

که در این معادله x همان جز دوم معادله (۲) است. با به کارگیری معادله (۳) و برگردان تغییر متغیرها؛ الگوی (۷) حاصل می‌گردد:

$$P(X, T) = \left(\frac{1}{(d \times T)^{\frac{1}{a}}} \frac{1}{C_q} \right) \times [1 - (1 - q) \frac{X - \bar{X}(T)}{d^a}]^{\frac{1}{1-q}} \quad (6)$$

با استفاده از قاعده زنجیره‌ای که برای بدست آوردن معادله حرکت حاکم در این پژوهش قابل بیان است. نتایج معادلات فوق در (۷) خلاصه شده است.

$$1 \text{ جمله حرکت: } \frac{\partial^2}{\partial^2 x} = \frac{\partial^2}{\partial^2 X} \quad (7)$$

$$2 \text{ جمله حرکت: } \frac{\partial}{\partial T} = \frac{1}{\xi} t^{1-\xi} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial \bar{X}}{\partial T} \times T \frac{\partial}{\partial X}$$

با جایگزینی معادله (۷) در معادله (۵) فرم تعمیم یافته معادله مشتقات جزئی با در نظر گرفتن $\frac{\partial t}{\partial T} = \frac{t^{1-\xi}}{\xi}$ به شرح ذیل است:

¹ Gaussian(q)

زارع زاده و همکاران

$$\frac{\partial P}{\partial T} = d^{\xi} \frac{\partial^2 P^{2-q}}{\partial X^2} - \frac{\partial \bar{X} T}{\partial T} \frac{\partial P}{\partial X} \quad (8)$$

جمله d^{ξ} جمله انتشار دهنده‌ای است که مستقل از تابع توزیع X است و در نتیجه مقایسه بین معادله (۸) و معادله فوکر-پلانگ بیان می‌دارد که الگوی (۹) را بر اساس روش حل فوکر-پلانگ می‌توان به صورت ذیل نوشت:

$$\frac{\partial P(X,T)}{\partial t} = \frac{-\partial(d_1 P(X,T))}{\partial X} + \frac{\partial(d_2 P(X,T))}{\partial X^2} \quad (9)$$

بنابراین ضریب جمله انتشار دهنده برای روش فوکر-پلانگ در الگو $d_2 = d^{\xi} P(X,T)^{1-q}$ که با معادله (۶) معادله (۹) را رقم زده است؛ معادله (۱۰) را تشکیل می‌دهد:

$$d_2 = d^{2/a} C_q^{q-1} T^{(q-1)/(3-q)} \left[1 - \frac{(1-q)[X-\bar{X}(T)]^2}{(d^{\xi} T)^{2/(3-q)}} \right] \quad (10)$$

همچنین جمله حرکت قابل حل عددی قطره^۱ به شکل (۱۱) می‌باشد:

$$d_1 = \frac{\partial \bar{X}(t)}{\partial T} \quad (11)$$

معادله قطره (۱۲) به کلی میل دارد تا در جهت روند شاخص قیمت سهام را پیماید و طبق نظریه فوکر-پلانگ نشان دهنده میزان مشخصی از کشش قیمت باشد. به مفهومی شبیه آماری d_1 نماینده آن بخش از ریسک سیستماتیک بازار است که در تغییر روندها در یک بازه‌ای مشخص با دقت بیشتری نسبت به الگو آماری میل حرکت روند سری زمانی شاخص قیمت سهام و نرخ ارز را تعیین می‌کند.

البته نقطه عطف الگوریتم حل عددی انتخاب شده نسبت به الگوهای شبکه عصبی از نظر تشخیص قدرت پیش‌بینی همان عوامل درونزای جمله قطره است که به جای آن در روش شبکه عصبی در هر تکرار تحلیل برای الگوی داده‌ها بازآموزی می‌شود. براین اساس پیش‌بینی می‌شود یافتن جمله حرکت درونزای قطره نسبت به بازآموزی در الگوی یادگیری ماشین قدرت پیش‌بینی بهتری برای الگوسازی حرکت قیمت در بازارهای مالی دارد.

جامعه آماری این پژوهش بورس اوراق بهادار تهران است و نمونه پژوهش داده‌های ماهانه شاخص کل قیمت بورس اوراق بهادار تهران و نرخ ارز طی دوره ۱۳۹۱ تا ۱۴۰۲ است.

یافته‌ها

تلاطم درجه‌ای از تغییرپذیری قیمت برای دارایی، نرخ یا شاخص معین است که معمولاً به صورت واریانس یا انحراف معیار بیان می‌شود. بازدهی‌های غیرنرمال، بازگشت به میانگین تلاطم، خوشه‌ای بودن تلاطم، هم حرکتی در تلاطم‌ها، تلاطم و همبستگی سریالی، اثرات اهرمی، صرف ریسک، دوره‌های غیرفعال، رخدادهای قابل پیش‌بینی، متغیرهای اقتصاد کلان و تلاطم، از جمله خصیصه‌های بیان کننده وجود تلاطم تعریف شده اند. در جداول ۱ و ۲ نتایج توصیفی و تحلیل تلاطم از روش آزمون اثرات آرج برای دو سری زمانی شاخص کل قیمت سهام و نرخ ارز گزارش شده است.

جدول ۱. نتایج تحلیل توصیفی داده‌ها

متغیر	نماد	میانگین	میانه	حداکثر	حداقل	انحراف معیار	چولگی	کشیدگی
شاخص کل قیمت سهام	TEPIX	۰.۰۰۹۸۸۸	۰.۰۰۸۷۶۵	۰.۲۱۶۵۲	-۰.۲۶۷۸۹	۰.۰۹۰۶۸۸	-۰.۴۷۵۰	۳.۷۳۴۷۲۱
نرخ ارز	ARZ	۲۱۶۷۸.۸۴	۱۳۶۹۰.۹۲	۴۲۰۰۰	۱۱۸۸۹.۶۷	۱۰۲۱۲.۸۷	۰.۵۷۱۸۱۵	۱.۷۸۱۱۵۵

شاخص کل قیمت سهام جهت محاسبات تلاطم به صورت نرخ رشد محاسبه شده و میانگین آن عدد ۰.۹۸ درصد بدست آمده است. همچنین بیشترین رشد ماهانه ۲۱ درصد و کمترین کاهش ماهانه عدد ۰.۲۶ درصد بدست آمده است. همچنین انحراف معیار نرخ شاخص کل برای دوره مورد مطالعه عدد ۹ درصد بوده است. در مورد نرخ ارز آنچه محاسبه

¹ Drift term

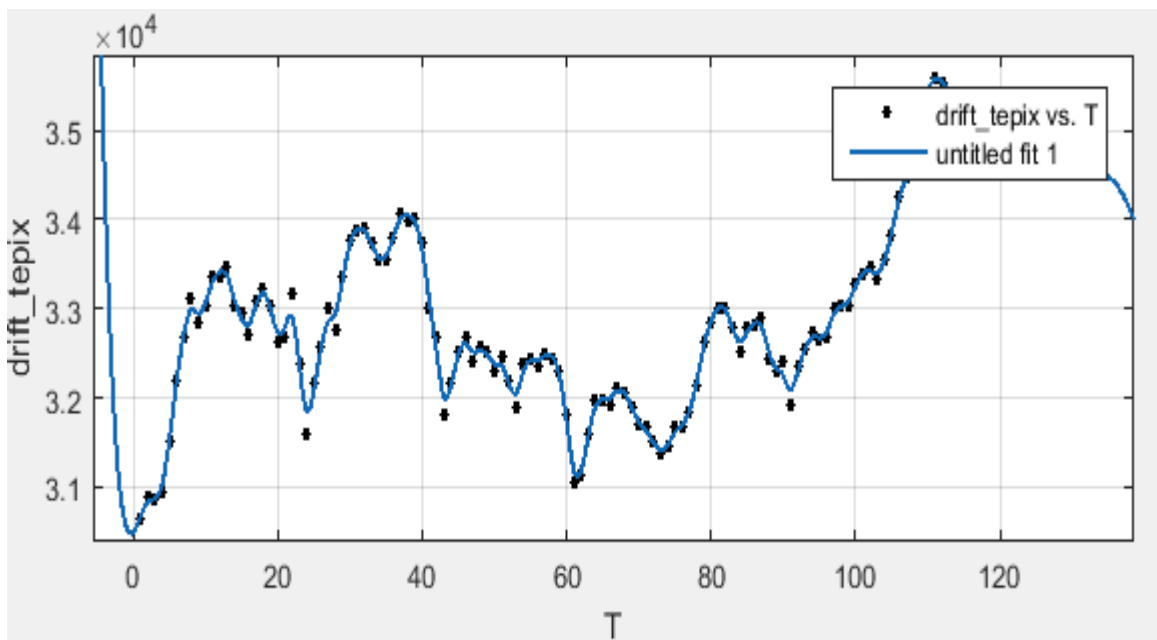
شده نشان می‌دهد که میانگین نرخ ارز طی دوره زمانی ۲۱۶۷۸ ریال بوده و انحراف معیار نرخ ارز ۱۰۲۱۲ ریال بوده است. همچنین بیشترین نرخ ارز رسمی اعلام شده طی این ۱۰ سال ۴۲۰۰۰ ریال در دولت دوازدهم بوده که تا پایان سال ۱۴۰۲ همچنان این عدد به صورت نرخ دولتی ارز رسمی مصوب مانده است.

در این پژوهش قبل از الگوسازی تلاطم به روش حرکت قطره و ماشین یادگیری آنلاین؛ ابتدا وجود تلاطم و توصیف آن به روش آزمون اثرات آرچ محاسبه شده است. ادبیات تلاطم با روش‌های آمار استنباطی پیشنهاد می‌کند که اگر در آزمون آرچ یک سری زمانی اثرات آرچ اثبات شود وجود نوسانات خوشه‌ای که یکی از خصایص مهم تلاطم به اثبات خواهد رسید. از این رو در جدول ۲ نتایج بررسی وجود اثرات آرچ و تلاطم مورد تحلیل واقع شده است:

جدول ۲. توصیف وجود تلاطم در داده‌های پژوهش

متغیر	نوع آزمون	آمار آزمون	احتمال خطا	نتیجه آزمون
شاخص کل قیمت سهام	اثرات ARCH	۷.۷۴۷۸۷۶	۰.۰۰۶۲	وجود اثرات آرچ و تلاطم در سطح اطمینان ۹۵ درصد به تایید می‌رسد
نرخ ارز رسمی	اثرات ARCH	۶۳۴۹.۹۱۳	۰	وجود اثرات آرچ و تلاطم در سطح اطمینان ۹۵ درصد به تایید می‌رسد

در جدول ۲ مشخص شده که احتمال خطای عدم وجود اثرات آرچ ۰.۰۰۶۲ بوده و وجود اثرات آرچ و تلاطم در شاخص کل قیمت سهام در سطح اطمینان ۹۵ درصد به تایید می‌رسد. همچنین احتمال خطای عدم وجود اثرات آرچ ۰.۰۰۰۰ بوده و وجود اثرات آرچ و تلاطم در نرخ ارز رسمی در سطح اطمینان ۹۵ درصد به تایید می‌رسد. در قسمت‌های قبل پیرامون استخراج و حل عددی معادله حرکت *GBM* صحبت شد. در نمودار ۱ تلاطم شاخص قیمت براساس روند توزیع با فرض توزیع نرمال و حل عددی ارائه شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود؛ نوسانات تصادفی از حول خط روندی که حاصل الگوریتم حل عددی الگوی ژئومتریکی حرکت قطره است؛ به تصویر کشیده شده است. مشاهدات تصادفی که به صورت نقطه‌ای نشان داده شده در حول میانگین ماهانه ۱۰ ساله بسیار متمرکزتر هستند. در قسمت قبل پیرامون نحوه بدست آوردن جمله سری زمانی در الگوی ژئومتریکی حرکت قطره کاملاً توضیح داده شد. آنچه در نمودار ۱ مشاهده می‌شود مقادیر *d1* یا همان جمله حرکت قطره است که پس از محاسبه عددی الگوی حرکت قطره به تصویر کشیده شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود از تابستان ۱۳۹۸ فرکانس‌های شاخص قیمت سهام با تلاطم بیش از عدد ۲ حرکت نموده است.



شکل ۱. نتایج حل عددی معادله حرکت براونی برای شاخص قیمت سهام

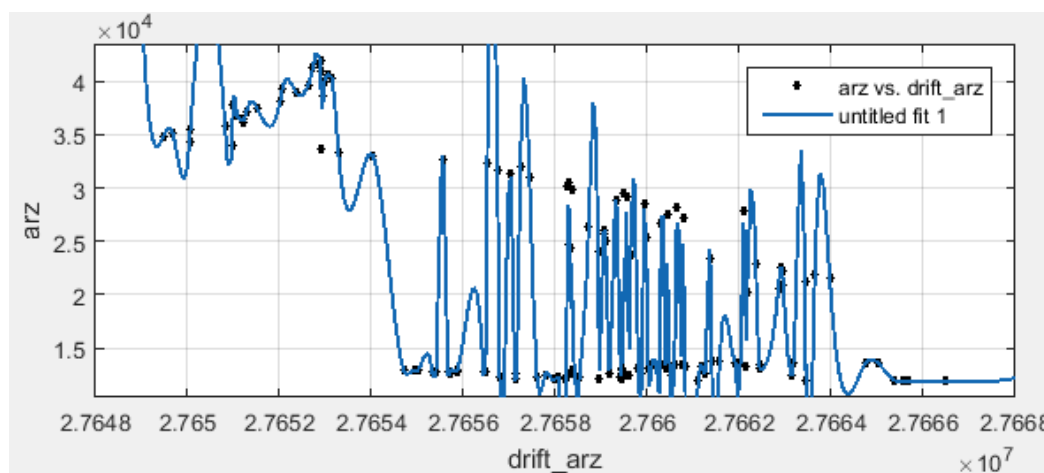
در جدول ۳ نتایج پارامترهای تخمینی الگوی حرکت قطره گزارش شده است:

زارع زاده و همکاران

جدول ۳. پارامترهای محاسبه شده برای حل عددی حرکت شاخص کل قیمت سهام به روش الگوی ژئومتریک حرکت قطره (GBM)

پارامتر	مقدار
C ضریب ثابت تابع حرکت با کشیدگی ۸	۶۳۱.۴
A پارامتر اول تابع توزیع معادله حرکت	۲۲۱۵۰۰
B پارامتر دوم نمایی تابع توزیع معادله حرکت	۱۳۲۹۰۰۰
R^2 ضریب تعیین	RMSE
	۰.۰۵۹

طبق آنچه در بخش قبل عنوان شد؛ مقدار بهینه بازه زمانی طبق بهینه یابی کشیدگی داده ها برای استفاده در الگوی جمله قطره؛ عدد ۸ به دست آمده است. همچنین روند نمودار حرکت قطره طبق نمودار ۱ پس از روندزایی مسیر بدون تلاطم را برای روند شاخص قیمت سهام از ۱۴۰۲ به بعد به طور ماهانه نشان می دهد. در قسمت های قبل پیرامون استخراج و حل عددی معادله حرکت GBM برای شاخص قیمت سهام صحبت شد. در نمودار ۲ تلاطم نرخ ارز را براساس روند توزیع با فرض توزیع نرمال و حل عددی ارائه شده است:



شکل ۲. نتایج حل عددی معادله حرکت GBM برای نرخ ارز

همان گونه که مشاهده می شود؛ نوسانات تصادفی از حول خطرروندی که حاصل الگوریتم حل عددی الگوی ژئومتریک حرکت قطره است؛ به تصویر کشیده شده است. مشاهدات تصادفی که به صورت نقطه ای نشان داده شده در حول میانگین ماهانه ۱۰ ساله بسیار متمرکزتر هستند. در قسمت قبل پیرامون نحوه بدست آوردن جمله قطره سری زمانی نرخ ارز در الگوی ژئومتریک حرکت قطره کاملاً توضیح داده شد. آنچه در نمودار ۲ مشاهده می شود مقادیر $d1$ یا همان جمله حرکت قطره است که پس از محاسبه عددی الگوی حرکت قطره به تصویر کشیده شده است.

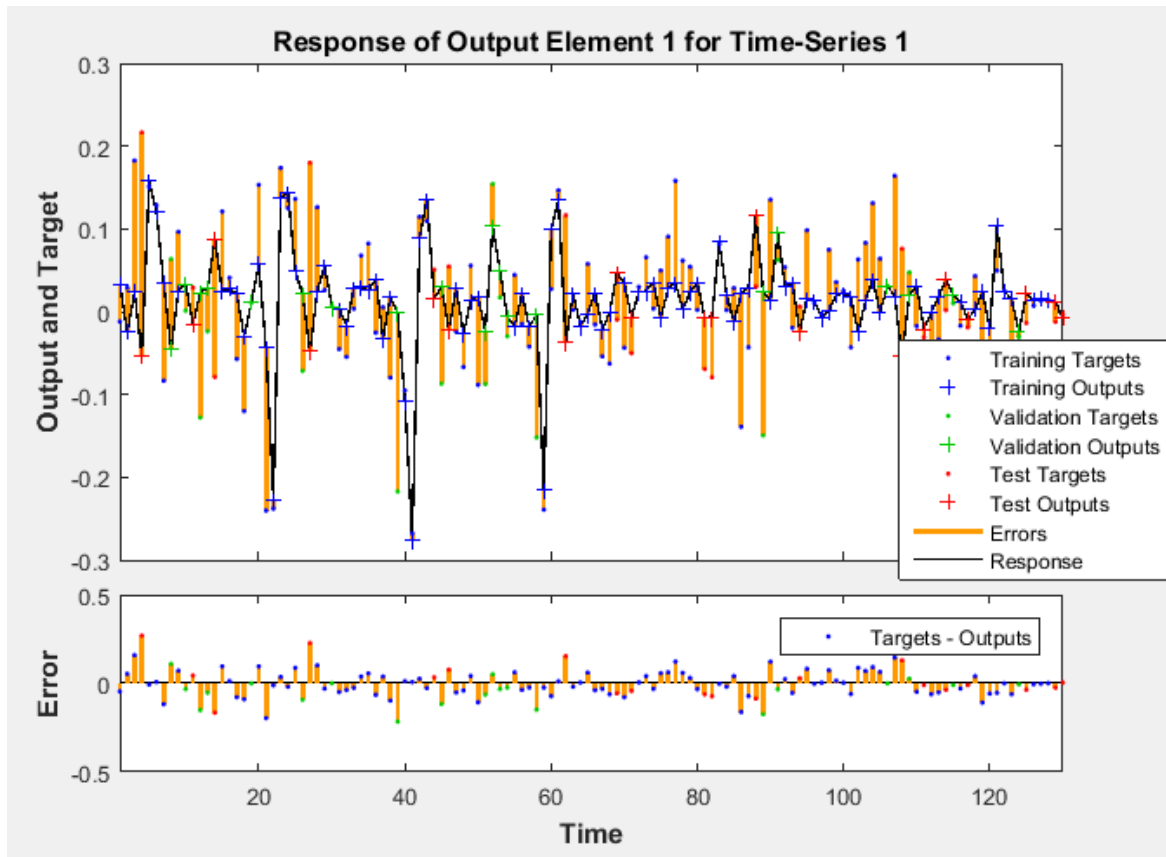
در جدول ۴ نتایج پارامترهای تخمینی الگوی حرکت قطره گزارش شده است:

جدول ۴. پارامترهای محاسبه شده برای حل عددی حرکت نرخ ارز به روش الگوی ژئومتریک حرکت قطره (GBM)

پارامتر	مقدار
C ضریب ثابت تابع حرکت با کشیدگی ۸	۲۵۴.۵
A پارامتر اول تابع توزیع معادله حرکت	۱۲۹۸۰
B پارامتر دوم نمایی تابع توزیع معادله حرکت	۱۴۳۸۰۰
R^2 ضریب تعیین	RMSE
	۰.۰۲۶۳۷

طبق آنچه در بخش قبل عنوان شد؛ مقدار بهینه باز زمانی طبق بهینه‌یابی کشیدگی داده‌ها برای استفاده در الگوی جمله قطره؛ عدد ۸ به‌دست‌آمده است. همچنین روند نمودار حرکت قطره طبق نمودار زیر پس از روندزدایی مسیر صعودی را برای روند نرخ ارز از ۱۴۰۲ به بعد به طور ماهانه نشان می‌دهد.

الگوریتم‌های زیربنایی برای شبکه عصبی متفاوت هستند، اما بیشتر آن‌ها براساس داده‌های دیده‌شده قبلی بر به‌حداقل‌رساندن خطای پیش‌بینی برای نمونه بعدی تمرکز می‌کنند. برخی از الگوریتم‌های رایج مورد استفاده عبارت‌اند از: نزول گرادینت تصادفی افزایشی^۱، الگوریتم‌های غیرفعال-تهاجمی^۲ و پرسپترون. در این پژوهش از روش گرادینت تصادفی افزایشی با ۷۰ درصد آموزش سلول‌های مشاهده‌ای استفاده شده و نتایج آن در نمودار ۳ و ۴ به تصویر کشیده شده است:



شکل ۳. پاسخ نتایج خروجی پیش‌بینی تلاطم در شاخص قیمت سهام

در نمودار ۳ مشخص است که مقادیر آموزش داده شده متغیر مورد هدف یعنی شاخص قیمت سهام و مقادیر خروجی آموزش داده شده در ۷۰ درصد مشاهدات هم پوشانی با خطای صفر دارند و در ۳۰ درصد مابقی نیز خطای مشاهده شده در پیش‌بینی تلاطم کمتر از ۵ درصد است که در سری زمانی *ERROR* که بین +۵ تا -۵ نوسان نموده قابل مشاهده است.

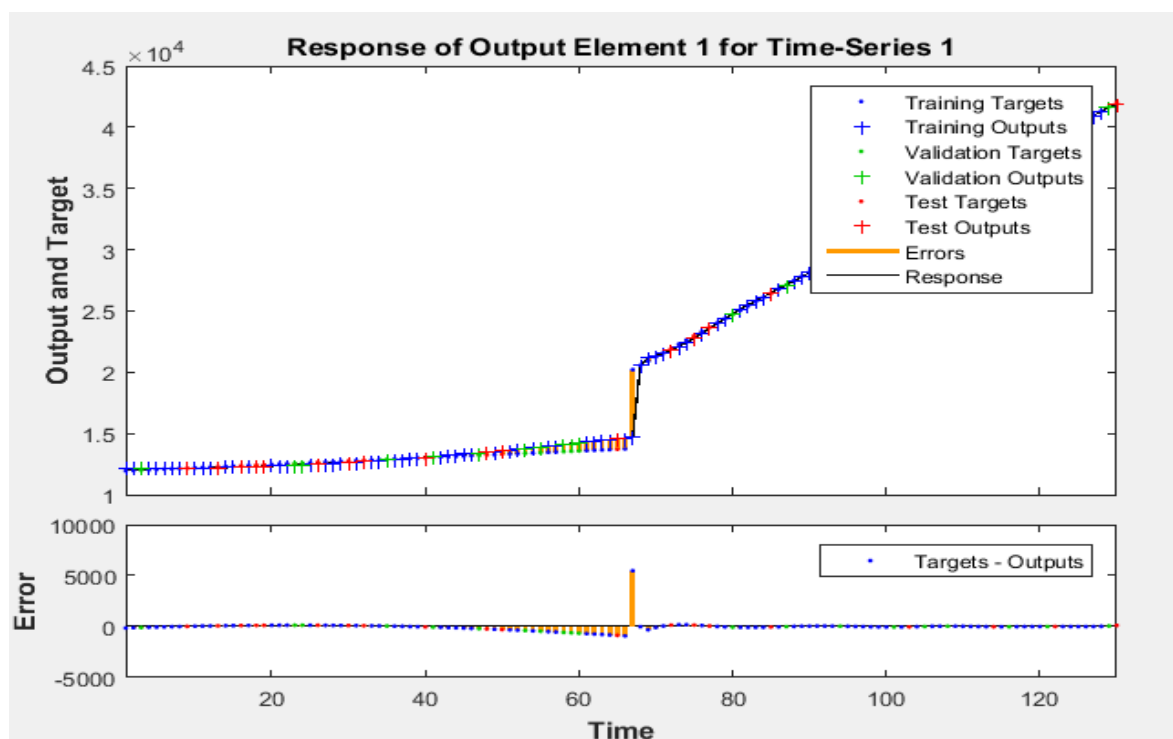
جدول ۵ نتایج دو شاخص اعتبار پیش‌بینی تلاطم شاخص قیمت سهام طبق روش الگوریتم آنلاین یعنی ضریب تشخیص R^2 و مجموع مجذور خطا (*RMSE*) را گزارش نموده است:

جدول ۵. نتایج شاخصه‌های قدرت پیش‌بینی الگوریتم ماشینی یادگیری آنلاین برای *TEPIX*

متغیر هدف	ضریب تشخیص R^2	مجموع مجذور خطا (<i>RMSE</i>)
شاخص قیمت سهام <i>TEPIX</i>	۰.۴۳۸	۰.۴۴۸

¹ SGD

² Passive-Aggressive



شکل ۴. پاسخ نتایج خروجی پیش‌بینی تلاطم در نرخ ارز

در نمودار ۴ مشخص است که مقادیر آموزش داده شده متغیر مورد هدف یعنی نرخ ارز و مقادیر خروجی آموزش داده شده در ۷۰ درصد مشاهدات هم پوشانی با خطای صفر دارند و در ۳۰ درصد مابقی نیز خطای مشاهده شده در پیش‌بینی تلاطم کمتر از ۵ درصد است که در سری زمانی *Error* غیر از یک تلاطم ناگهانی قیمت دلار، بقیه بین ۵+ تا ۵- نوسان نموده قابل مشاهده است.

جدول ۶ نتایج دو شاخصه اعتبار پیش‌بینی تلاطم نرخ ارز طبق روش الگوریتم آنلاین یعنی ضریب تشخیص R^2 و مجموع مجذور خطا (*RMSE*) را گزارش نموده است:

جدول ۶. نتایج شاخصه‌های قدرت پیش‌بینی الگوریتم ماشین یادگیری آنلاین برای نرخ ارز

متغیر هدف	ضریب تشخیص R^2	مجموع مجذور خطا (<i>RMSE</i>)
نرخ ارز	۰.۴۱۰	۰.۴۴۷

پس از گزارش مولفه‌های محاسبه شده الگوی معادله حرکت قطره و بدست آوردن دو شاخصه پیش‌بینی یعنی ضریب تشخیص و مجموع مجذور خطا در همه الگوهای پژوهش، اکنون می‌توان معیارهای قدرت پیش‌بینی را جهت قضاوت علمی فرضیه‌های پژوهش استفاده نمود. نتایج شاخصه‌های قدرت پیش‌بینی الگوها در جدول ۷ بیان شده است:

جدول ۷. نتایج بررسی قدرت پیش‌بینی الگوها برای تلاطم نرخ ارز و شاخص قیمت سهام

نتیجه	الگو	معیار R^2	<i>RMSE</i>	نتیجه
شاخص	معادله حرکت قطره	۰.۵۷۵۱	۰.۰۵۹	طبق هر دو معیار قدرت پیش‌بینی
قیمت سهام	شبکه عصبی	۰.۴۳۸	۰.۴۴۸	الگوی حرکت قطره از شبکه عصبی بیشتر است.
نرخ ارز	معادله حرکت قطره	۰.۵۲۴۵	۰.۰۲۶۳۷	طبق هر دو معیار قدرت پیش‌بینی
	شبکه عصبی	۰.۴۱۰	۰.۴۴۷	الگوی حرکت قطره از شبکه عصبی بیشتر است.

جدول ۷ بیان می‌کند طبق این که در بررسی حرکت شاخص قیمت سهام الگوی ژئومتریکی حرکت قطره اعداد ضریب تشخیص ۰.۵۷۵۱ و میانگین مجموع مجذور خطا ۰.۰۵۹ بدست آمده و ضریب تشخیص بیشتر از عدد بدست آمده این ضریب (۰.۴۳۸) برای الگوی شبکه عصبی است و نیز میانگین مجموع مجذور خطای الگوی شبکه عصبی عدد ۰.۴۴۸ و بیشتر از این عدد برای الگوی ژئومتریکی حرکت قطره است، فرضیه اول مبنی بر قدرت توضیح دهنده الگوی ژئومتریکی حرکت قطرات نسبت به الگوی شبکه عصبی. در بررسی حرکت شاخص قیمت سهام به طور معنی داری بیشتر است؛ در سطح اطمینان آزمون به تایید می‌رسد.

برای بررسی‌های نرخ ارز نیز جدول ۷ بیان می‌کند طبق این که در بررسی حرکت نرخ ارز الگوی ژئومتریکی حرکت قطره اعداد ضریب تشخیص ۰.۵۲۴۵ و میانگین مجموع مجذور خطا ۰.۰۲۶ بدست آمده و ضریب تشخیص بیشتر از عدد بدست آمده این ضریب (۰.۴۱) برای الگوی شبکه عصبی است و نیز میانگین مجموع مجذور خطای الگوی شبکه عصبی عدد ۰.۴۴۷ و بیشتر از این عدد برای الگوی ژئومتریکی حرکت قطره است، فرضیه ۲ مبنی بر قدرت توضیح دهنده الگوی ژئومتریکی حرکت قطرات نسبت به الگوی شبکه عصبی. در بررسی حرکت نرخ ارز به طور معنی داری بیشتر است؛ در سطح اطمینان آزمون به تایید می‌رسد.

بحث و نتیجه‌گیری

یافته‌های این پژوهش نشان داد که الگوی ژئومتریکی حرکت قطره در پیش‌بینی تلاطم شاخص قیمت سهام و نرخ ارز عملکرد معنادارتری نسبت به شبکه‌های عصبی داشته است؛ به‌گونه‌ای که هم ضریب تعیین بالاتر و هم خطای پیش‌بینی کمتر در هر دو متغیر کلیدی مشاهده شد. این نتیجه نه تنها دو فرضیه پژوهش را تایید می‌کند، بلکه از منظر نظری نیز همسو با رویکردهایی است که بر کارایی الگوهای مبتنی بر فرآیندهای تصادفی در مدل‌سازی رفتار پیچیده بازارهای مالی تأکید دارند (Bentis & Lyu, 2022; Brătian et al., 2022; Sinha, 2024). برتری مشاهده‌شده الگوی حرکت قطره در این پژوهش، تأییدکننده این دیدگاه است که استخراج جمله حرکت درون‌زا از ساختار سری زمانی می‌تواند نسبت به روش‌های صرفاً داده‌محور که به آموزش تکرارشونده وابسته‌اند، اطلاعات بنیادی‌تری درباره پویایی تلاطم ارائه دهد (Arias et al., 2020; Sarraf Nejad et al., 2023; Ziaei Najafabadi & Ghazi Fini, 2023).

در حوزه پیش‌بینی شاخص‌های مالی، بسیاری از مطالعات اخیر بر توان بالای روش‌های یادگیری ماشین و شبکه‌های عصبی تأکید کرده‌اند و آن‌ها را به‌عنوان ابزارهای قدرتمند کشف الگوهای غیرخطی معرفی نموده‌اند (Chahuán-Jiménez, 2024; Chang et al., 2024; Rouf et al., 2021; Yao et al., 2022; Zhang & Lu, 2024). با این حال، یافته‌های حاضر نشان می‌دهد که علی‌رغم دقت قابل قبول شبکه عصبی، این رویکرد در مقایسه با مدل حرکت قطره از نظر پایداری پیش‌بینی و قدرت توضیح‌دهندگی در شرایط تلاطم شدید بازار ایران، عملکرد ضعیف‌تری داشته است. این نتیجه با گزارش‌های پیشین مبنی بر حساسیت بالای شبکه‌های عصبی به بیش‌برازش و افت تعمیم‌پذیری در مواجهه با داده‌های جدید همخوانی دارد (Demšar & Zupan, 2021; Khosravi & Amirhosseini, 2023; Murshed et al., 2020). به بیان دیگر، هرچند شبکه‌های عصبی توان بالایی در انطباق با الگوهای گذشته دارند، اما در شرایطی که بازار با شوک‌های ساختاری، بی‌ثباتی سیاستی و نوسانات شدید مواجه است، این انطباق می‌تواند به کاهش دقت پیش‌بینی منجر شود.

در مقابل، الگوی حرکت قطره که بر پایه حل عددی معادلات دیفرانسیل تصادفی و نظریه فرآیندهای تصادفی بنا شده است، توانسته است ساختار درونی تلاطم را با ثبات بیشتری استخراج کند. این یافته با نتایج پژوهش‌های پیشین در حوزه کاربرد حرکت براونی در پیش‌بینی قیمت دارایی‌ها و ارز همراستا است (Agustini, 2018; Brătian et al., 2022; Sadeghi et al., 2019; Sinha, 2024). به‌ویژه، پژوهش‌هایی که نشان داده‌اند مدل‌های مبتنی بر حرکت براونی در شرایط بحران‌های مالی نیز قابلیت حفظ دقت پیش‌بینی خود را دارند، از تفسیر حاضر پشتیبانی می‌کنند (Bentis & Lyu, 2022; Brătian et al., 2022). بنابراین، برتری مشاهده‌شده در این مطالعه را می‌توان به ماهیت نظری مستحکم‌تر الگوی حرکت قطره نسبت داد که به‌جای اتکای صرف بر یادگیری داده‌های گذشته، بر قوانین ریاضی حاکم بر حرکت قیمت‌ها تکیه دارد.

از منظر تبیین اقتصادی، یافته‌های این پژوهش نشان می‌دهد که تلاطم نرخ ارز و شاخص سهام در اقتصاد ایران رفتاری پیچیده، غیرخطی و متأثر از شوک‌های ساختاری دارد؛ ویژگی‌هایی که پیش‌تر نیز در ادبیات اقتصاد کلان و مالی مورد تأکید قرار گرفته است (Abdi Seyyed Kalaei et al., 2025; Alemu, 2025; Shavvalpour Arani, 2024). مطالعات نشان داده‌اند که شوک‌های ارزی، نااطمینانی سیاستی و انتظارات غیرعقلایی نقش تعیین‌کننده‌ای در تشدید تلاطم بازارهای مالی

دارند (Candian & De Leo, 2025; Pirpour & Samsami Mazra'e Akhound, 2025; Saeedi et al., 2025). در چنین بستری، مدل‌هایی که بتوانند اثرات تصادفی و ساختارمند این شوک‌ها را هم‌زمان در خود لحاظ کنند، مزیت رقابتی روشنی خواهند داشت؛ امری که الگوی حرکت قطره در این پژوهش به‌خوبی آن را نشان داده است. همچنین یافته‌های این پژوهش با مطالعاتی که عملکرد برتر الگوهای مبتنی بر حرکت قطره در بازار سرمایه ایران را گزارش کرده‌اند همسو است (Sarraf Nejad et al., 2023; Ziaei Najafabadi & Ghazi Fini, 2023). این همگرایی نتایج نشان می‌دهد که ویژگی‌های نهادی و ساختاری اقتصاد ایران، از جمله بی‌ثباتی سیاسی، محدودیت‌های بین‌المللی و شوک‌های ارزی مکرر، محیطی فراهم کرده است که در آن الگوهای مبتنی بر نظریه فرآیندهای تصادفی کارایی بالاتری نسبت به رویکردهای یادگیری ماشین دارند. از سوی دیگر، مطالعات بین‌المللی نیز به محدودیت‌های پیش‌بینی مبتنی بر یادگیری ماشین در بازارهایی با تلاطم شدید اشاره کرده‌اند (Amat et al., 2018; Su et al., 2023). بنابراین، یافته‌های حاضر نه تنها در چارچوب اقتصاد ایران معتبر است، بلکه با شواهد بین‌المللی نیز همخوانی دارد.

در نهایت، این پژوهش با تلفیق نتایج تجربی و ادبیات نظری نشان می‌دهد که استفاده انحصاری از شبکه‌های عصبی برای پیش‌بینی تلاطم بازارهای مالی می‌تواند منجر به برآوردهای ناپایدار شود، در حالی که الگوی حرکت قطره به‌واسطه بنیان‌های ریاضی و تبیین‌پذیری بالاتر، ابزار قابل اتکاتری برای تحلیلگران مالی و سیاست‌گذاران محسوب می‌شود (Bentis & Lyu, 2022; Brătian et al., 2022; Sarraf Nejad et al., 2023; Sinha, 2024). بنابراین، پیشنهاد ضمنی این یافته‌ها حرکت به سوی استفاده ترکیبی و هوشمندانه از مدل‌های مبتنی بر فرآیندهای تصادفی در کنار روش‌های یادگیری ماشین برای ارتقای کیفیت پیش‌بینی‌های مالی است.

این پژوهش بر داده‌های ماهانه شاخص قیمت سهام و نرخ ارز تمرکز داشت و به دلیل محدودیت دسترسی به داده‌های با فرکانس بالاتر، امکان بررسی رفتار تلاطم در افق‌های زمانی کوتاه‌مدت فراهم نشد. همچنین تمرکز پژوهش بر اقتصاد ایران ممکن است تعمیم‌پذیری نتایج به سایر اقتصادها را محدود کند.

پیشنهاد می‌شود مطالعات آینده از داده‌های روزانه یا ساعتی استفاده کنند و الگوی حرکت قطره را در کنار سایر مدل‌های یادگیری عمیق مورد مقایسه قرار دهند. همچنین بررسی اثر متغیرهای کلان مکمل مانند تورم، نرخ بهره و شوک‌های سیاستی می‌تواند به غنای تحلیلی نتایج بیفزاید.

به تحلیلگران مالی توصیه می‌شود در طراحی سیستم‌های پیش‌بینی تلاطم، از الگوی حرکت قطره به‌عنوان هسته تحلیلی استفاده کرده و شبکه‌های عصبی را در نقش ابزارهای مکمل به کار گیرند. سیاست‌گذاران اقتصادی نیز می‌توانند از نتایج این پژوهش برای بهبود نظام پایش نوسانات مالی و مدیریت ریسک بازارها بهره ببرند.

مشارکت نویسندگان

در نگارش این مقاله تمامی نویسندگان نقش یکسانی ایفا کردند.

تشکر و قدردانی

از تمامی کسانی که در طی مراحل این پژوهش به ما یاری رساندند تشکر و قدردانی می‌گردد.

تعارض منافع

در انجام مطالعه حاضر، هیچ‌گونه تضاد منافی وجود ندارد.

حمایت مالی

این پژوهش حامی مالی نداشته است.

در انجام این پژوهش تمامی موازن و اصول اخلاقی رعایت گردیده است.

References

- Abdi Seyyed Kalaei, M., Mo'tameni, M., & Mosleh, H. (2025). The effect of exchange rate fluctuations on unemployment in MENA countries. *Biannual Scientific Journal of Economic Studies and Policies*.
- Agustini, F. (2018). Stock price prediction using geometric Brownian motion. *Journal of Physics: Conference Series*, 974, 012047. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/974/1/012047>
- Alemu, F. M. (2025). An Empirical Analysis of the Nexus between Inflation, Exchange Rate, Unemployment and Economic Growth in Ethiopia: A Granger Casualty Approach. <https://doi.org/10.1177/09750878241234254>
- Amat, C., Michalski, T., & Stoltz, G. (2018). Fundamentals and exchange rate forecastability with simple machine learning methods. *Journal of International Money and Finance*, 88, 1-24. <https://doi.org/10.1016/j.jimonfin.2018.06.003>
- Arias, C. K., Michel, H., & Alonso-Marroquin, F. (2020). Stationary of detrended price return in stock markets.
- Bentis, D., & Lyu, W. t. (2022). Research on Geometric Brownian motion and its practice in pricing. 2022 3rd Asia Service Sciences and Software Engineering Conference (ASSE'22), New York, NY, USA. <https://doi.org/10.1145/3523181.3523204>
- Brătian, A.-M. A., Mihaiu, D. M., & Șerban, R.-A. (2022). Geometric Brownian Motion (GBM) of Stock Indexes and Financial Market Uncertainty in the Context of Non-Crisis and Financial Crisis Scenarios. *Mathematics*, 10(3), 309. <https://doi.org/10.3390/math10030309>
- Candian, G., & De Leo, P. (2025). Imperfect exchange rate expectations. *Review of Economics and Statistics*, 107(5), 1406-1423. https://doi.org/10.1162/rest_a_01343
- Chahuán-Jiménez, K. (2024). Neural Network-Based Predictive Models for Stock Market Index Forecasting. *Journal of Risk and Financial Management*, 17(6), 242. <https://doi.org/10.3390/jrfm17060242>
- Chang, V., Xu, Q. A., Chidozie, A., & Wang, H. (2024). Predicting Economic Trends and Stock Market Prices with Deep Learning and Advanced Machine Learning Techniques. *Electronics*, 13(17), 3396. <https://doi.org/10.3390/electronics13173396>
- Chen, W., Yan, B., Lian, G., & Zhang, Y. (2016). Numerically pricing American options under the generalized mixed fractional Brownian motion model. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 451, 180-189. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2015.12.154>
- Demšar, J., & Zupan, B. (2021). Hands-on training about overfitting. *Plos Computational Biology*, 17(3), e1008671. <https://doi.org/10.1371/journal.pcbi.1008671>
- Khosravi, A., & Amirhosseini, S. M. J. (2023). Providing a stock price prediction method using improved hybrid machine learning algorithms. *Journal of Computing and Distributed Systems*, 6(1), 74-88.
- Murshed, B. A. H., Al-Ariki, H. D. E., & Mallappa, S. (2020). Semantic Analysis Techniques using Twitter Datasets on Big Data: Comparative Analysis Study. *Computer Systems Science and Engineering*, 35, 495-512. <https://doi.org/10.32604/csse.2020.35.495>
- Pirpour, H., & Samsami Mazra'e Akhound, H. (2025). Evaluating the effect of exchange rate fluctuations on core inflation using the stochastic Mundell-Fleming model and diagnosing the reciprocal relationship between exchange rate fluctuations and inflation deviations in Iran. *Quantitative Economics*.
- Rouf, N., Malik, M. B., Arif, T., Sharma, S., Singh, S., Aich, S., & Kim, H. C. (2021). Stock Market Prediction Using Machine Learning Techniques: A Decade Survey on Methodologies, Recent Developments, and Future Directions. *Electronics*, 10(21), 2717. <https://doi.org/10.3390/electronics10212717>
- Sadeghi, H., Fadaei Nejad, M. E., & Varzideh, A. (2019). Application of Geometric Brownian Motion in predicting gold prices and exchange rates. *Investment Knowledge*, 8(30), 251-269.
- Saeedi, A., Fallahi, M., & Esmaeilpour Moghadam, H. (2025). The Impact of Uncertainty from Monetary and Exchange Rate Policies on Financial Stability: A Markov Regime-Switching Approach in Iran's Economy. *Monetary and Financial Economics*. <https://doi.org/10.22067/mfe.2025.93017.1537>
- Santoso, M., Sutjiadi, R., & Lim, R. (2018). Indonesian stock prediction using support vector machine (svm). *Matec Web of Conferences*, 164, 01031. <https://doi.org/10.1051/mateconf/201816401031>
- Sarraf Nejad, R., Owhadi, F., & Madanchi Zaj, M. (2023). Improved Geometric Water Drop Motion pattern in presenting the volatility pattern of financial markets. *Advertising and Sales Management*. <https://doi.org/JABM.3.2.15564.350428>
- Shavvalpour Arani, S., Mohseni, R., & Kordtabar Firoozjaei, H. a.-D. (2024). An Asymmetric Analysis of the Impact of Oil Price, Exchange Rate, and Their Uncertainties on Unemployment in Oil-Exporting Countries. *Macroeconomic Research Journal*, 19(2), 37-70.
- Sinha, A. (2024). Daily and Weekly Geometric Brownian Motion Stock Index Forecasts. *Journal of Risk and Financial Management*, 17(10), 434. <https://doi.org/10.3390/jrfm17100434>
- Su, H., Zhou, N., Wu, Q., Bi, Z., & Wang, Y. (2023). Investigating price fluctuations in copper futures: Based on EEMD and Markov-switching VAR model. *Resources Policy*, 82, 103518. <https://doi.org/10.1016/j.resourpol.2023.103518>
- Taftiyan, A., Mirzababaei Mazraeh Akhond, M., & Oliaei Bajgani, A. S. (2023). A systematic review of the machine learning approach in stock price prediction in the form of a time series model. The 2nd National Conference on Modern Applied Research in Accounting, Damghan. <https://civilica.com/doc/1964451>

- Tejesh, H. R. (2024). Impact of Inflation and Exchange Rate on Stock Market Returns in India: An ARDL Approach. *Theoretical & Applied Economics*, 31(2), 25-36. <https://doi.org/10.2139/ssrn.4889476>
- Yao, W., Zhang, Y., Chang, S., Li, J., Zhao, Q., & Ge, F. (2022). Stock price analysis and forecasting based on machine learning.
- Zhang, W., & Lu, B. (2024). Stock Trend Prediction with Machine Learning: Incorporating Inter-Stock Correlation Information through Laplacian Matrix. *Big Data and Cognitive Computing*, 8(6), 56. <https://doi.org/10.3390/bdcc8060056>
- Ziaei Najafabadi, M. R., & Ghazi Fini, S. R. (2023). Analysis and comparison of statistical volatility analysis patterns with the numerical method of the Water Drop Motion algorithm for the stock price index of the Tehran Stock Exchange. *Financial Engineering and Securities Management*, 14(54), 268-285.