ACCOUNTING, FINANCE AND COMPUTATIONAL INTELLIGENCE

A Multi-Period Portfolio Optimization Model with Dynamic Risk Preference and Minimum Trading Constraint under Uncertainty

1. Saber Bahraminejad: Department of Finance – Financial Engineering, Ab.C., Islamic Azad University, Abhar, Iran

2. Farid Asgari*: Department of Economics, Ab.c., Islamic Azad University, Abhar, Iran. Email: 4410247239@iau.ac.ir (Corresponding Author)

3. Ali Emami Meybodi: Department of Energy Economics, Faculty of Economics, Allameh Tabatabai University, Tehran, Iran

4. Babak Hajikarimi: Department of Industrial Management, Ab.C., Islamic Azad University, Abhar, Iran

Article history

Received: 13 March 2026

Revised: 11 May 2026

Accepted: 18 May 2026

Initial Publish: 08 June 2026

Final Publish: 22 June 2027

Abstract:

The objective of this study was to develop a multi-period portfolio optimization model under uncertainty that simultaneously incorporates dynamic investor risk preference, Value at Risk (VaR), and minimum trading constraints to improve investment decision-making and risk management over a multi-period investment horizon. This study was an applied quantitative research based on mathematical modeling and portfolio optimization. The proposed model formulated asset returns within a multi-period uncertain environment, and the objective function was designed to maximize expected wealth while controlling risk through the VaR criterion. To reflect realistic investor behavior, risk preference was modeled dynamically across different time periods. In addition, a minimum trading constraint was incorporated to reduce transaction costs and avoid unnecessary portfolio reallocations. Real monthly financial data from ten major companies listed on the Tehran Stock Exchange during the period from 2018 to 2026 were extracted from the Rahavard 365 database. Due to the nonlinear and complex structure of the optimization model, a genetic algorithm was employed as the metaheuristic solution approach in MATLAB. The model performance was evaluated using sensitivity analysis and risk–return performance indicators. The findings demonstrated that the proposed model successfully established a balance between expected return and investment risk. The optimal portfolio achieved an expected return of 0.101 with a standard deviation of 0.187, while the VaR at the 95% confidence level was estimated at −0.208. Sensitivity analysis revealed that increasing the confidence level reduced portfolio risk while slightly decreasing expected return. Moreover, higher levels of risk aversion increased the allocation toward low-risk assets and reduced portfolio volatility. The results also indicated that relaxing the trading constraint improved expected return but increased portfolio turnover and risk exposure. Furthermore, the convergence behavior of the genetic algorithm confirmed that the algorithm effectively converged toward a stable and near-optimal solution. The results indicate that the proposed multi-period portfolio optimization model, by incorporating dynamic risk preference, VaR, and minimum trading constraints, provides an efficient and realistic framework for portfolio management under uncertainty. Additionally, the use of the genetic algorithm improved solution quality and enabled the identification of optimal investment allocations over a multi-period horizon.

Keywords: Portfolio Optimization; Multi-Period Portfolio; Dynamic Risk Preference; Value at Risk (VaR); Minimum Trading Constraint; Genetic Algorithm; Uncertainty Environment

Citation: Bahraminejad, S., Asgari, F., Emami Meybodi, A., & Hajikarimi, B. (2027). A Multi-Period Portfolio Optimization Model with Dynamic Risk Preference and Minimum Trading Constraint under Uncertainty. *Accounting, Finance and Computational Intelligence,* 5(2), 1-19.

Copyright: © 2027 by the authors. Published under the terms and conditions of Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International (CC BY-NC 4.0) License.

Extended Abstract

Introduction

Portfolio optimization has long been recognized as one of the most important topics in quantitative finance and investment management. Since the introduction of the modern portfolio theory, researchers have continuously attempted to improve the process of asset allocation under uncertain market conditions. Traditional portfolio optimization models mainly rely on the trade-off between expected return and variance, assuming stable market structures and constant investor preferences. However, real financial markets are highly dynamic, uncertain, and influenced by behavioral, economic, and technological factors that continuously reshape investment decisions. Consequently, conventional static portfolio models are often unable to provide effective investment strategies in volatile and uncertain environments (Acciaio et al., 2024; Moreira et al., 2025).

One of the major weaknesses of classical portfolio models is the assumption that investor risk preferences remain unchanged over time. In practice, investors modify their level of risk tolerance according to market performance, economic expectations, and previous investment outcomes. Therefore, dynamic risk preference has become an important concept in contemporary portfolio management research. Recent studies have emphasized that adaptive and time-varying risk preferences can significantly improve the realism and efficiency of portfolio optimization frameworks (Cha, 2025; Yu et al., 2025). In addition, advanced machine-learning-based investment systems and inverse optimization approaches have enabled researchers to infer investor behavior more accurately and incorporate behavioral adaptation into financial decision-making models (Liang et al., 2023; Wang et al., 2021).

Another important challenge in modern investment environments is market uncertainty. Financial markets are affected by macroeconomic shocks, geopolitical instability, inflation, environmental risks, and technological disruptions. As a result, deterministic optimization approaches may fail to capture the true nature of investment risks. To address this issue, stochastic, robust, and ambiguity-aware optimization models have been increasingly applied in portfolio management (Hansen & Miao, 2022; Pham et al., 2021). These approaches allow investors to manage uncertainty more effectively and design portfolios that are resilient against unfavorable market conditions. Multi-stage stochastic programming and robust optimization techniques have therefore emerged as effective tools for handling uncertain financial environments (Albaqami, 2025; Silva et al., 2021).

The importance of multi-period portfolio selection has also increased substantially in recent years. Unlike single-period models, multi-period approaches recognize that investment decisions evolve over time and that portfolio rebalancing decisions in one period influence future wealth trajectories. Researchers have shown that multi-period optimization frameworks can provide superior long-term investment performance and better risk control compared to static approaches (Jiang et al., 2023; Peykani et al., 2023). Furthermore, dynamic portfolio structures enable investors to adapt to changing market conditions and improve investment sustainability over extended horizons (Jin et al., 2023; Long & San-yun, 2023).

In parallel with the development of dynamic investment strategies, risk measurement techniques have evolved considerably. Variance-based measures are often criticized because they penalize both upward and downward fluctuations equally. Investors, however, are mainly concerned with downside risk and potential losses. Consequently, Value at Risk (VaR) and Conditional Value at Risk (CVaR) have become widely accepted risk measures in financial optimization models. These indicators provide a more realistic assessment of downside exposure and improve the effectiveness of portfolio risk

management (Ghanbari et al., 2025; Jin et al., 2023). Recent studies have demonstrated that downside-risk-based optimization approaches perform more effectively in highly volatile markets and uncertain investment environments (Hu et al., 2024; Kang et al., 2022).

In addition, technological advancements have transformed portfolio management methodologies. Artificial intelligence, deep reinforcement learning, and robo-advisory systems have introduced new capabilities for adaptive investment decision-making. Intelligent systems can process large volumes of financial data and generate dynamic investment recommendations under changing market conditions (Wang et al., 2021). Moreover, recent studies on human-machine interactions in portfolio management have highlighted the importance of integrating investor behavior and algorithmic intelligence within unified optimization frameworks (Liang et al., 2023).

The increasing importance of sustainable finance and emerging asset classes has also expanded the scope of portfolio optimization research. Environmental, social, and governance (ESG) considerations are now integrated into investment strategies, while biodiversity risks and climate-related financial risks are becoming increasingly important in portfolio management (Escobar-Anel et al., 2024; McKinney, 2026). Furthermore, cryptocurrency markets have introduced highly volatile investment environments that require advanced robust optimization techniques for effective risk management (Ghanbari et al., 2025).

Despite significant progress in the literature, several research gaps remain unresolved. Many existing studies focus only on isolated dimensions of portfolio optimization such as dynamic risk, robust optimization, or multi-period allocation. Few studies simultaneously incorporate dynamic risk preference, uncertainty, downside-risk measures, and trading constraints into a unified optimization framework. Therefore, the present study proposes a multi-period portfolio optimization model under uncertainty that integrates dynamic investor risk preference, VaR-based risk management, and minimum trading constraints within a comprehensive optimization structure.

Methods and Materials

This study employed an applied quantitative research design based on mathematical modeling and portfolio optimization techniques. The proposed framework was developed as a multi-period portfolio optimization model under uncertainty, aiming to maximize expected portfolio wealth while controlling investment risk through a Value at Risk criterion. The model also incorporated dynamic investor risk preference and a minimum trading constraint to reduce excessive portfolio turnover and transaction-related inefficiencies.

The investment environment consisted of multiple risky assets and one risk-free asset. Investors were allowed to rebalance their portfolios at the beginning of each investment period. Asset returns were modeled under uncertain conditions, and the investor's risk preference parameter was dynamically adjusted across time periods according to previous portfolio performance and market conditions.

The optimization objective function was designed using a mean–VaR framework. Expected portfolio return was maximized while portfolio risk was penalized through the VaR measure. Additional constraints included budget balance, non-negativity of asset weights, intertemporal wealth dynamics, and trading restrictions. The minimum trading constraint was included to limit unnecessary reallocation between consecutive periods and reduce excessive transaction activity.

Because of the nonlinear and combinatorial nature of the proposed optimization problem, a genetic algorithm was employed as the metaheuristic solution method. Chromosomes represented portfolio allocations across multiple periods,

while the fitness function evaluated the quality of each solution according to the optimization objective. Selection, crossover, and mutation operators were iteratively applied until convergence criteria were satisfied.

To evaluate the practical performance of the model, real financial data from ten major companies listed on the Tehran Stock Exchange were collected from the Rahavard 365 financial database. Monthly closing prices and return data covering the period from 2018 to 2026 were extracted and used for model implementation. Statistical indicators including mean return, variance, standard deviation, skewness, and kurtosis were calculated for each asset. The optimization model was implemented in MATLAB using the Global Optimization Toolbox, and genetic algorithm parameters were tuned experimentally to achieve stable convergence behavior.

Findings

The computational results demonstrated that the proposed multi-period optimization model successfully generated an efficient balance between expected return and investment risk. The optimized portfolio achieved an expected return of 0.101 with a portfolio standard deviation of 0.187. The calculated Value at Risk at the 95% confidence level was estimated at −0.208, indicating that the portfolio maintained an acceptable downside risk profile.

The first-period optimal portfolio allocation showed that assets with higher expected returns received larger portfolio weights, while diversification was preserved to control overall portfolio risk. The third asset obtained the largest portfolio weight due to its superior expected return characteristics. Nevertheless, the optimization process prevented excessive concentration by maintaining diversified asset allocations.

Sensitivity analysis with respect to the VaR confidence level revealed that increasing the confidence level from 0.90 to 0.99 reduced portfolio risk while slightly lowering expected return. This result confirmed the expected trade-off between return maximization and risk reduction under increasing investor conservatism. Similarly, analysis of the dynamic risk preference parameter indicated that higher levels of risk aversion increased the proportion of low-risk assets within the portfolio while decreasing expected return and portfolio volatility.

The analysis of the minimum trading constraint showed that lower trading flexibility reduced portfolio turnover and stabilized portfolio risk. Conversely, increasing the allowable number of transactions enhanced expected return potential but also increased portfolio volatility and transaction activity. These findings demonstrated the practical importance of incorporating trading constraints into portfolio optimization models.

The convergence behavior of the genetic algorithm showed stable improvement of the fitness function over successive generations. The optimization process converged toward a stable near-optimal solution, indicating the effectiveness of the genetic algorithm in solving the nonlinear and multi-dimensional optimization problem. Furthermore, the risk–return distribution of generated portfolios confirmed that the proposed framework successfully identified efficient portfolio combinations under uncertain market conditions.

Discussion and Conclusion

The results of this study demonstrated that integrating dynamic risk preference, multi-period decision-making, downside-risk management, and trading constraints within a unified optimization framework can significantly improve portfolio management performance under uncertainty. The proposed model successfully captured realistic investor behavior and adapted portfolio allocations according to changing market conditions and risk preferences.

The findings further indicated that dynamic risk preference plays a critical role in determining portfolio composition and improving investment stability. Investors with higher levels of risk aversion naturally shifted toward more conservative asset allocations, while lower-risk-aversion structures allowed greater exposure to high-return assets. The incorporation of VaR-based risk management also improved the ability of the model to control downside exposure in uncertain environments.

The minimum trading constraint proved to be an important practical component of the optimization structure. By reducing excessive portfolio turnover, the model generated more realistic and implementable investment strategies. In addition, the successful application of the genetic algorithm confirmed the suitability of metaheuristic approaches for solving complex financial optimization problems involving nonlinear constraints and uncertain environments.

Overall, the proposed multi-period portfolio optimization framework provides a comprehensive and flexible investment decision-making tool capable of balancing return maximization, risk control, dynamic investor behavior, and practical trading considerations. The findings suggest that advanced dynamic optimization models can substantially improve portfolio performance and investment sustainability in modern financial markets characterized by uncertainty and volatility.

Authors' Contributions

Authors equally contributed to this article.

Acknowledgments

Authors thank all participants who participate in this study.

Declaration of Interest

The authors report no conflict of interest.

Funding

According to the authors, this article has no financial support.

Ethical Considerations

All procedures performed in this study were under the ethical standards.

حسابداری، امور مالی و هوش محاسباتی

ارائه مدل بهینه‌سازی پرتفوی چنددوره‌ای با ترجیح ریسک پویا و محدودیت حداقل معاملات در محیط غیرقطعی

۱. صابر بهرامی نژاد: گروه مالی-مهندسی مالی، واحد ابهر، دانشگاه آزاد اسلامی، ابهر، ایران

۲. فرید عسگری*: گروه اقتصاد، واحد ابهر، دانشگاه آزاد اسلامی، ابهر، ایران. ایمیل: 4410247239@iau.ac.ir (نویسنده مسئول)

۳. علی امامی میبدی: گروه اقتصاد انرژی، دانشکده اقتصاد، دانشگاه علامه طباطبایی، تهران، ایران

۴. بابک حاجی کریمی: گروه مدیریت صنعتی، واحد ابهر، دانشگاه آزاد اسلامی، ابهر، ایران

تاریخچه مقاله

تاریخ دریافت: ۲۲ اسفند ۱۴۰۴

تاریخ بازنگری: ۲۱ اردیبهشت ۱۴۰۵

تاریخ پذیرش: ۲۸ اردیبهشت ۱۴۰۵

تاریخ چاپ اولیه: ۱۸ خرداد ۱۴۰۵

تاریخ چاپ نهایی: ۱ تیر ۱۴۰۶

چکیده

هدف این پژوهش ارائه یک مدل بهینه‌سازی پرتفوی چنددوره‌ای در محیط غیرقطعی است که به‌صورت هم‌زمان ترجیح ریسک پویای سرمایه‌گذار، معیار ارزش در معرض خطر (VaR) و محدودیت حداقل معاملات را برای بهبود تصمیم‌گیری سرمایه‌گذاری و کنترل ریسک در افق زمانی چنددوره‌ای در نظر می‌گیرد. این پژوهش از نوع کاربردی و مبتنی بر مدل‌سازی ریاضی و بهینه‌سازی کمی بود. در مدل پیشنهادی، بازده دارایی‌ها در قالب یک محیط غیرقطعی و چنددوره‌ای مدل‌سازی شد و تابع هدف بر پایه بیشینه‌سازی ثروت مورد انتظار و کنترل ریسک از طریق معیار VaR طراحی گردید. برای انعکاس رفتار واقعی سرمایه‌گذار، ترجیح ریسک به‌صورت پویا در طول دوره‌های زمانی تغییر داده شد. همچنین محدودیت حداقل معاملات برای کاهش هزینه‌های معاملاتی و جلوگیری از بازتخصیص‌های غیرضروری به مدل افزوده شد. داده‌های مورد استفاده شامل اطلاعات واقعی ده شرکت بزرگ بورس اوراق بهادار تهران طی دوره فروردین ۱۳۹۷ تا اسفند ۱۴۰۴ بود که از سامانه ره‌آورد ۳۶۵ استخراج شد. به دلیل ماهیت غیرخطی و پیچیده مدل، الگوریتم ژنتیک به‌عنوان روش فرااِبتکاری حل مسئله در محیط MATLAB به‌کار گرفته شد و عملکرد مدل از طریق تحلیل حساسیت و ارزیابی شاخص‌های ریسک و بازده بررسی گردید. نتایج نشان داد مدل پیشنهادی توانست تعادل مناسبی میان بازده مورد انتظار و سطح ریسک برقرار کند. مقدار بازده مورد انتظار پرتفوی بهینه برابر ۰.۱۰۱ و انحراف معیار آن ۰.۱۸۷ به‌دست آمد، در حالی که مقدار VaR در سطح اطمینان ۹۵ درصد برابر ۰.۲۰۸- بود. تحلیل حساسیت نسبت به سطح اطمینان VaR نشان داد با افزایش محافظه‌کاری سرمایه‌گذار، ریسک پرتفوی کاهش یافته اما بازده مورد انتظار نیز اندکی افت می‌کند. همچنین با افزایش پارامتر ترجیح ریسک، سهم دارایی‌های کم‌ریسک در ترکیب پرتفوی بیشتر شد و انحراف معیار پرتفوی کاهش یافت. نتایج مربوط به محدودیت تعداد معاملات نیز نشان داد افزایش انعطاف‌پذیری معاملاتی موجب رشد بازده و در عین حال افزایش ریسک و گردش پرتفوی می‌شود. علاوه بر این، روند همگرایی الگوریتم ژنتیک نشان داد الگوریتم توانسته به راه‌حل پایدار و نزدیک به بهینه همگرا شود. نتایج پژوهش نشان داد مدل بهینه‌سازی پرتفوی چنددوره‌ای پیشنهادی با در نظر گرفتن ترجیح ریسک پویا، معیار VaR و محدودیت حداقل معاملات قادر است چارچوبی کارآمد و واقع‌بینانه برای مدیریت سرمایه‌گذاری در شرایط عدم قطعیت فراهم سازد. همچنین استفاده از الگوریتم ژنتیک موجب بهبود کیفیت راه‌حل‌ها و دستیابی به ترکیب‌های بهینه سرمایه‌گذاری در افق زمانی چنددوره‌ای شد.

کلیدواژگان: بهینه‌سازی پرتفوی؛ پرتفوی چنددوره‌ای؛ ترجیح ریسک پویا؛ ارزش در معرض خطر؛ محدودیت معاملات؛ الگوریتم ژنتیک؛ محیط غیرقطعی

شیوه استناددهی: بهرامی نژاد، صابر.، عسگری، فرید.، امامی میبدی، علی.، و حاجی کریمی، بابک. (۱۴۰۶). ارائه مدل بهینه‌سازی پرتفوی چنددوره‌ای با ترجیح ریسک پویا و محدودیت حداقل معاملات در محیط غیرقطعی. *حسابداری، امور مالی و هوش محاسباتی*، ۵(۲)، ۱۹-۱.

مجوز و حق نشر: © ۱۴۰۶ تمامی حقوق انتشار این مقاله متعلق به نویسنده است. انتشار این مقاله به‌صورت دسترسی آزاد مطابق با گواهی (CC BY-NC 4.0) صورت گرفته است.

مقدمه

بهینه‌سازی پرتفوی یکی از بنیادی‌ترین موضوعات در حوزه مالی کمی، مدیریت سرمایه‌گذاری و تصمیم‌گیری مالی است که از زمان ارائه نظریه پرتفوی مارکویتز به‌عنوان چارچوبی کلاسیک برای تخصیص دارایی‌ها، به‌طور گسترده مورد توجه پژوهشگران و فعالان بازارهای مالی قرار گرفته است. هدف اصلی در بهینه‌سازی پرتفوی، دستیابی به ترکیبی از دارایی‌ها است که بتواند ضمن بیشینه‌سازی بازده مورد انتظار، سطح ریسک سرمایه‌گذاری را نیز در محدوده‌ای قابل قبول کنترل کند. با این حال، پیچیدگی روزافزون بازارهای مالی، افزایش نوسانات اقتصادی، ظهور دارایی‌های نوین و تغییر ترجیحات سرمایه‌گذاران موجب شده است که مدل‌های سنتی انتخاب پرتفوی دیگر پاسخگوی نیازهای تصمیم‌گیری مدرن نباشند. در نتیجه، نسل جدیدی از مدل‌های بهینه‌سازی پرتفوی توسعه یافته‌اند که علاوه بر بازده و ریسک، عواملی نظیر عدم قطعیت، رفتار پویا، ترجیحات متغیر سرمایه‌گذار، محدودیت‌های اجرایی و فناوری‌های هوشمند را نیز در نظر می‌گیرند (Acciaio et al., 2024; Moreira et al., 2025).

یکی از مهم‌ترین محدودیت‌های مدل‌های کلاسیک پرتفوی، فرض ثبات شرایط بازار و ثابت بودن ترجیحات ریسک سرمایه‌گذار در طول زمان است. در حالی‌که در دنیای واقعی، سرمایه‌گذاران بسته به شرایط اقتصادی، عملکرد گذشته بازار و سطح انتظارات خود، رفتارهای متفاوتی از نظر ریسک‌پذیری نشان می‌دهند. به همین دلیل، مفهوم ترجیح ریسک پویا به‌عنوان یکی از مباحث مهم در ادبیات مالی مطرح شده است. پژوهش‌ها نشان داده‌اند که مدل‌هایی که تغییرات زمانی در ترجیحات ریسک را در نظر می‌گیرند، توانایی بیشتری در انعکاس رفتار واقعی سرمایه‌گذاران و ارائه تصمیمات سرمایه‌گذاری کاراتر دارند (Cha, 2025; Yu et al., 2025). در همین راستا، مطالعات اخیر تلاش کرده‌اند تا ساختارهای تطبیقی و یادگیرنده‌ای را طراحی کنند که بتوانند ترجیحات سرمایه‌گذار را به‌صورت پویا استخراج و در فرآیند بهینه‌سازی لحاظ نمایند (Liang et al., 2023; Wang et al., 2021).

در سال‌های اخیر، افزایش عدم قطعیت در بازارهای مالی ناشی از بحران‌های اقتصادی، تورم، ریسک‌های ژئوپلیتیکی، تغییرات اقلیمی و تحولات فناورانه موجب شده است که رویکردهای مبتنی بر مدل‌سازی قطعی کارایی کمتری داشته باشند. در چنین شرایطی، استفاده از مدل‌های تصادفی، فازی و مقاوم برای مدیریت پرتفوی اهمیت بیشتری یافته است. پژوهشگران بیان کرده‌اند که لحاظ عدم قطعیت در ساختار مدل‌های مالی می‌تواند به کاهش آسیب‌پذیری پرتفوی در برابر شوک‌های ناگهانی بازار کمک کند (Hansen & Miao, 2022; Pham et al., 2021). به همین دلیل، مفهوم بهینه‌سازی مقاوم و برنامه‌ریزی تصادفی چندمرحله‌ای به‌عنوان راهکاری برای مدیریت ریسک در محیط‌های غیرقطعی توسعه یافته است (Albaqami, 2025; Silva et al., 2021).

از سوی دیگر، ساختار زمانی تصمیمات سرمایه‌گذاری نیز اهمیت قابل توجهی دارد. بسیاری از مدل‌های اولیه انتخاب پرتفوی مبتنی بر افق تک‌دوره‌ای بودند و فرض می‌کردند که سرمایه‌گذار تنها در ابتدای دوره تصمیم‌گیری می‌کند و تا پایان دوره ترکیب دارایی‌ها را ثابت نگه می‌دارد. اما در واقعیت، سرمایه‌گذاران در طول زمان و با دریافت اطلاعات جدید، تصمیمات خود را اصلاح می‌کنند. بنابراین، مدل‌های چنددوره‌ای به‌عنوان چارچوبی واقع‌بینانه‌تر برای مدیریت سرمایه‌گذاری معرفی شدند. این مدل‌ها امکان بازتنظیم پرتفوی، تطبیق با شرایط بازار و اعمال سیاست‌های پویا را فراهم می‌کنند (Jiang et al., 2023; Peykani et al., 2023). مطالعات نشان داده‌اند که مدل‌های چنددوره‌ای نسبت به مدل‌های ایستا توانایی بیشتری در کنترل ریسک و حفظ پایداری بازده در افق‌های بلندمدت دارند (Jin et al., 2023; Long & San-yun, 2023).

در کنار مفهوم چنددوره‌ای بودن، استفاده از معیارهای نوین ریسک نیز به یکی از محورهای اصلی پژوهش‌های مالی تبدیل شده است. معیار واریانس که در مدل مارکویتز به‌عنوان شاخص ریسک استفاده می‌شود، تمام انحرافات از میانگین را نامطلوب در نظر می‌گیرد، در حالی‌که سرمایه‌گذاران معمولاً بیشتر نگران زیان‌های شدید و ریسک‌های نزولی هستند. در پاسخ به این محدودیت، معیارهایی نظیر ارزش در معرض خطر (VaR) و ارزش در معرض خطر شرطی (CVaR) توسعه یافته‌اند که تمرکز بیشتری بر زیان‌های بالقوه دارند (Ghanbari et al., 2025; Jin et al., 2023). پژوهش‌ها نشان داده‌اند که استفاده از معیارهای مبتنی بر ریسک نزولی موجب بهبود کارایی تصمیمات سرمایه‌گذاری و افزایش انعطاف‌پذیری پرتفوی در شرایط بحرانی می‌شود (Hu et al., 2024; Kang et al., 2022).

همچنین، رشد سریع فناوری‌های مالی و ظهور ابزارهای هوشمند موجب تحول در فرآیند مدیریت پرتفوی شده است. توسعه الگوریتم‌های یادگیری ماشین، یادگیری تقویتی عمیق و سامانه‌های مشاور سرمایه‌گذاری هوشمند (Robo-Advisors) امکان تحلیل حجم عظیمی از داده‌های مالی و اتخاذ تصمیمات تطبیقی را فراهم کرده است. مطالعات

نشان می‌دهد که استفاده از روش‌های هوشمند در بهینه‌سازی پرتفوی می‌تواند دقت پیش‌بینی، سرعت تصمیم‌گیری و کارایی تخصیص دارایی‌ها را افزایش دهد (Cha, 2025; Wang et al., 2021). افزون بر این، تعامل میان انسان و ماشین در تصمیمات سرمایه‌گذاری به یکی از موضوعات مهم پژوهش‌های مالی تبدیل شده و پژوهشگران تلاش کرده‌اند مدل‌هایی توسعه دهند که بتوانند هم‌زمان ترجیحات انسانی و قابلیت‌های تحلیلی الگوریتم‌ها را ترکیب کنند (Liang et al., 2023).

در دهه اخیر، توجه به ریسک‌های نوظهور مالی نیز به‌شدت افزایش یافته است. برای مثال، توسعه بازارهای رمزارز، اوراق قرضه سبز و دارایی‌های مبتنی بر پایداری زیست‌محیطی موجب شده است که مدل‌های سنتی مدیریت ریسک نیازمند بازنگری باشند. پژوهش‌ها نشان می‌دهد که پرتفوی‌های رمزارزی به دلیل نوسانات شدید و رفتار غیرخطی، نیازمند مدل‌های پیشرفته مدیریت ریسک هستند (Ghanbari et al., 2025). همچنین، در حوزه مالی پایدار، سرمایه‌گذاران علاوه بر بازده مالی به معیارهای زیست‌محیطی، اجتماعی و حاکمیتی نیز توجه می‌کنند و این موضوع بر ساختار بهینه‌سازی پرتفوی اثرگذار شده است (Escobar-Anel et al., 2024; McKinney, 2026).

از سوی دیگر، بازارهای بازنشستگی و صندوق‌های سرمایه‌گذاری بلندمدت نیز نیازمند مدل‌هایی هستند که بتوانند ریسک‌های تورمی، ریسک طول عمر و تغییرات اقتصادی بلندمدت را مدیریت کنند. پژوهش‌ها نشان داده‌اند که استفاده از مدل‌های چنددوره‌ای پویا در صندوق‌های بازنشستگی می‌تواند به حفظ پایداری مالی و کاهش ریسک ورشکستگی کمک کند (Owadally et al., 2021; Yao et al., 2022). علاوه بر این، استفاده از استراتژی‌های مقاوم و تطبیقی در برنامه‌های بازنشستگی با ریسک‌گریزی وابسته به وضعیت، می‌تواند عملکرد سرمایه‌گذاری را بهبود بخشد (Wang & Yu, 2021).

یکی دیگر از ابعاد مهم در ادبیات نوین مالی، ابهام و نااطمینانی رفتاری سرمایه‌گذاران است. در بسیاری از شرایط، سرمایه‌گذاران نه‌تنها با ریسک بلکه با ابهام نسبت به توزیع احتمالاتی بازده‌ها مواجه هستند. در چنین شرایطی، نظریه‌های مبتنی بر ابهام و ترجیحات مبهم توسعه یافته‌اند تا رفتار واقعی سرمایه‌گذاران را بهتر توضیح دهند (Mukerji et al., 2023; Polak & Ulrych, 2021). مطالعات نشان داده‌اند که در محیط‌های دارای ابهام، سرمایه‌گذاران تمایل دارند استراتژی‌های محافظه‌کارانه‌تری اتخاذ کنند و این موضوع باید در طراحی مدل‌های بهینه‌سازی لحاظ شود (Hansen & Miao, 2022; Pham et al., 2021).

علاوه بر این، پژوهشگران به نقش شوک‌های ناگهانی بازار، جهش‌های قیمتی و ترجیحات بازگشتی در انتخاب پرتفوی توجه ویژه‌ای داشته‌اند. نتایج مطالعات نشان می‌دهد که لحاظ پرش‌های قیمتی مشترک و ترجیحات بازگشتی می‌تواند به طراحی پرتفوی‌های پایدارتر و مقاوم‌تر در برابر بحران‌های مالی کمک کند (Oliva & Stefani, 2023). همچنین، توسعه مدل‌های بازی پویا برای سرمایه‌گذاری و بیمه عمر نشان‌دهنده حرکت ادبیات مالی به سمت مدل‌های جامع‌تر و چندبعدی‌تر است (Maggistro et al., 2024).

با وجود پیشرفت‌های گسترده در حوزه بهینه‌سازی پرتفوی، همچنان شکاف‌هایی در ادبیات پژوهش وجود دارد. بسیاری از مدل‌های موجود یا تنها بر یک بعد از مسئله مانند ریسک تمرکز دارند یا ترجیحات سرمایه‌گذار را ثابت فرض می‌کنند. همچنین در برخی مطالعات، محدودیت‌های اجرایی نظیر حداقل معاملات، هزینه‌های بازتخصیص و پویایی زمانی به‌صورت هم‌زمان در نظر گرفته نشده‌اند. علاوه بر این، تعداد محدودی از پژوهش‌ها توانسته‌اند مفاهیم ترجیح ریسک پویا، محیط غیرقطعی، معیارهای پیشرفته ریسک و ساختار چنددوره‌ای را در یک چارچوب یکپارچه ترکیب کنند (Acciaio et al., 2024; Kanaparthi, 2024).

بر این اساس، توسعه مدل‌هایی که بتوانند هم‌زمان پویایی زمانی، عدم قطعیت بازار، ترجیحات متغیر سرمایه‌گذار و محدودیت‌های اجرایی را در فرآیند تصمیم‌گیری لحاظ کنند، از اهمیت زیادی برخوردار است. چنین مدل‌هایی نه‌تنها می‌توانند بازده و پایداری پرتفوی را بهبود دهند، بلکه قادر خواهند بود رفتار واقعی سرمایه‌گذاران را نیز دقیق‌تر شبیه‌سازی کنند. در نتیجه، طراحی چارچوب‌های بهینه‌سازی چنددوره‌ای با رویکردهای مقاوم، پویا و هوشمند می‌تواند گامی مهم در توسعه نسل جدید سامانه‌های مدیریت سرمایه‌گذاری باشد (Albaqami, 2025; Escobar-Anel & Jiao, 2024).

بنابراین، هدف این پژوهش ارائه یک مدل بهینه‌سازی پرتفوی چنددوره‌ای در محیط غیرقطعی با در نظر گرفتن ترجیح ریسک پویا، معیارهای پیشرفته مدیریت ریسک و محدودیت‌های اجرایی معاملات به‌منظور بهبود کارایی تصمیم‌گیری سرمایه‌گذاری و افزایش پایداری عملکرد پرتفوی است.

روش پژوهش و مواد

این پژوهش از نظر هدف کاربردی و از نظر روش، در زمره تحقیقات کمی و مدل‌سازی ریاضی قرار می‌گیرد. رویکرد اصلی تحقیق، توسعه یک مدل بهینه‌سازی برای انتخاب پرتفوی سرمایه‌گذاری در یک محیط چنددوره‌ای و غیرقطعی است که در آن ترجیحات ریسک سرمایه‌گذار به‌صورت پویا در طول زمان تغییر می‌کند و در عین حال محدودیت‌هایی برای کاهش تعداد معاملات در نظر گرفته می‌شود. هدف مدل ارائه چارچوبی برای بیشینه‌سازی ثروت مورد انتظار سرمایه‌گذار با در نظر گرفتن سطح قابل‌قبول ریسک و کاهش هزینه‌های ناشی از معاملات مکرر است.

در این تحقیق، بازار سرمایه شامل مجموعه‌ای از دارایی‌های ریسکی و یک دارایی بدون ریسک فرض می‌شود. سرمایه‌گذار در ابتدای هر دوره زمانی می‌تواند ترکیب پرتفوی خود را بازتنظیم کند و بخشی از سرمایه را میان دارایی‌های مختلف تخصیص دهد. بازده دارایی‌ها در هر دوره دارای ماهیت غیرقطعی است و از این‌رو مدل تصمیم‌گیری باید بتواند عدم قطعیت موجود در بازار را در فرآیند بهینه‌سازی لحاظ کند. همچنین فرض می‌شود سرمایه‌گذار با توجه به عملکرد پرتفوی در دوره‌های گذشته، میزان ریسک‌پذیری خود را تعدیل می‌کند؛ بنابراین پارامتر ترجیح ریسک به‌صورت تابعی پویا در طول دوره‌های زمانی تغییر می‌کند.

برای اندازه‌گیری ریسک پرتفوی از معیار ارزش در معرض خطر[1] استفاده می‌شود. این معیار بیانگر حداکثر زیان احتمالی پرتفوی در یک سطح اطمینان مشخص است و به دلیل قابلیت تفسیر و کاربرد گسترده در مدیریت ریسک مالی، به‌عنوان شاخص اصلی ریسک در مدل به‌کار گرفته می‌شود. در چارچوب ارائه‌شده، تابع هدف مدل بر پایه رویکرد میانگین–VaRتعریف می‌شود؛ به‌طوری‌که سرمایه‌گذار تلاش می‌کند بازده مورد انتظار یا ثروت نهایی خود را بیشینه کند، در حالی که سطح ریسک پرتفوی از طریق VaR کنترل می‌شود.

مدل پیشنهادی علاوه بر معیار ریسک، هزینه‌های معاملاتی و محدودیت حداقل معاملات را نیز در نظر می‌گیرد. در عمل، خریدوفروش مکرر دارایی‌ها موجب افزایش هزینه‌های کارمزد و کاهش بازده واقعی سرمایه‌گذاری می‌شود. بنابراین در مدل حاضر، قیودی تعریف می‌شود که تعداد تغییرات در ترکیب پرتفوی را محدود کرده و از انجام معاملات غیرضروری جلوگیری کند. این محدودیت سبب می‌شود راه‌حل‌های به‌دست‌آمده از مدل، از نظر اجرایی با شرایط واقعی بازار سازگارتر باشند.

ساختار مدل شامل مجموعه‌ای از متغیرهای تصمیم، پارامترها و قیود است. متغیرهای تصمیم بیانگر نسبت سرمایه‌گذاری در هر دارایی در دوره‌های مختلف زمانی هستند. قیود مدل شامل محدودیت بودجه، عدم منفی بودن مقادیر سرمایه‌گذاری، توازن جریان سرمایه میان دوره‌ها و محدودیت‌های مربوط به حداقل معاملات است. همچنین تغییرات پارامتر ترجیح ریسک در طول زمان در تابع هدف یا قیود مدل لحاظ می‌شود تا رفتار پویا و تطبیقی سرمایه‌گذار منعکس گردد.

با توجه به چنددوره‌ای بودن مدل، وجود عدم قطعیت در پارامترها و همچنین حضور قیود غیرخطی مرتبط با معیار VaR و محدودیت معاملات، حل دقیق مدل با روش‌های تحلیلی کلاسیک دشوار است. به همین دلیل در این پژوهش از الگوریتم ژنتیک به‌عنوان یک روش فرابتکاری برای حل مسئله استفاده می‌شود. الگوریتم ژنتیک با الهام از فرایند تکامل طبیعی، از طریق جمعیتی از جواب‌های اولیه شروع کرده و با اعمال عملگرهایی نظیر انتخاب، تقاطع و جهش به‌تدریج به سمت راه‌حل‌های بهینه یا نزدیک به بهینه حرکت می‌کند.

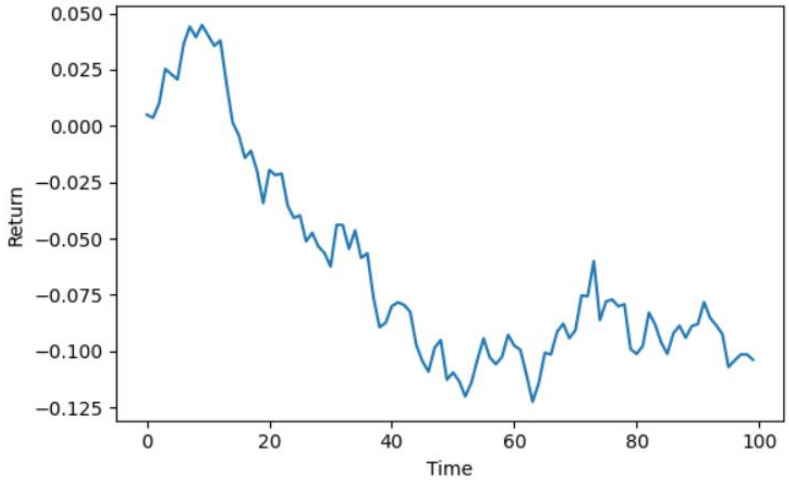
در فرآیند پیاده‌سازی الگوریتم، ابتدا ساختار کدگذاری کروموزوم‌ها به‌گونه‌ای طراحی می‌شود که هر کروموزوم نمایانگر یک ترکیب ممکن از تخصیص سرمایه در دوره‌های مختلف باشد. سپس تابع برازندگی بر اساس مقدار تابع هدف مدل تعریف می‌شود تا کیفیت هر راه‌حل ارزیابی گردد. در ادامه، با استفاده از عملگر انتخاب، کروموزوم‌های مناسب‌تر برای تولید نسل بعدی انتخاب می‌شوند. عملگر تقاطع با ترکیب ویژگی‌های دو کروموزوم والد، راه‌حل‌های جدید ایجاد می‌کند و عملگر جهش نیز با ایجاد تغییرات تصادفی کوچک در برخی ژن‌ها، از همگرایی زودهنگام الگوریتم جلوگیری می‌کند. این فرآیند تا رسیدن به معیار توقف مشخص، مانند تعداد معینی از تکرارها یا عدم بهبود قابل توجه در مقدار تابع هدف، ادامه می‌یابد.

[1] Value at Risk

برای ارزیابی عملی مدل، در مراحل بعدی تحقیق از داده‌های واقعی بازار سرمایه استفاده می‌شود. اطلاعات مربوط به قیمت و بازده دارایی‌ها از منابع معتبر داده‌های مالی استخراج شده و برای محاسبه پارامترهای مدل مورد استفاده قرار می‌گیرد. سپس مدل پیشنهادی با استفاده از الگوریتم ژنتیک اجرا شده و نتایج حاصل از آن از نظر بازده، سطح ریسک و تعداد معاملات مورد تحلیل قرار می‌گیرد.

کارایی مدل از طریق مقایسه نتایج با برخی رویکردهای متداول انتخاب پرتفوی بررسی می‌شود تا مشخص گردد که در نظر گرفتن ریسک پویا، ساختار چنددوره‌ای و محدودیت حداقل معاملات تا چه اندازه می‌تواند عملکرد پرتفوی سرمایه‌گذاری را بهبود دهد.

کلیه محاسبات و اجرای الگوریتم ژنتیک در محیط نرم‌افزار MATLAB انجام شده است. الگوریتم پیشنهادی با استفاده از قابلیت‌های جعبه‌ابزار Global Optimization Toolboxتوسعه یافته و تنظیم پارامترهای ژنتیکی (مانند نرخ تقاطع، نرخ جهش و اندازه جمعیت) به صورت تجربی و با هدف دستیابی به همگرایی پایدار انجام گرفته است. پیش از ارائه نتایج مدل بهینه‌سازی، لازم است رفتار سری زمانی بازده دارایی‌های مورد استفاده در مدل بررسی شود.



شکل ۱-بازده دارایی در دوره زمانی مورد بررسی

شکل ۱ سری زمانی بازده دارایی را در طول دوره‌های زمانی مختلف نشان می‌دهد که به عنوان داده‌های ورودی مدل بهینه‌سازی پرتفوی پیشنهادی مورد استفاده قرار گرفته‌اند. همان‌گونه که در شکل مشاهده می‌شود، بازده‌ها در طول زمان حول مقدار میانگین خود نوسان داشته و شامل مقادیر مثبت و منفی هستند که بیانگر نوسانات متداول در بازارهای مالی است. این داده‌ها برای ارزیابی کارایی و پایداری مدل پیشنهادی در دوره‌های زمانی مختلف مورد استفاده قرار گرفته‌اند.

در این بخش مدل تحقیق ارایه شده است. در این راستا فرض می‌شود N دارایی مالی قابل سرمایه‌گذاری وT دوره زمانی در افق سرمایه‌گذاری وجود داشته باشد. مجموعه‌های مورد استفاده در این مدل به صورت زیر است:

I={۱,۲,۳,…,N} دارایی مالی قابل سرمایه‌گذاری

T={۱,۲,۳,…,T} مجموعه دوره‌های زمانی (ماهانه)

جدول۱-پارامترها و متغیرهای مدل

توضیح	متغیرها و پارامترها
بازده مورد انتظار دارایی i در دوره t	$r_{i.t}$
کواریانس بازده دارایی i و j در دوره t	$\sum i,j,t$
سطح اطمینان برای معیار VaR (مثلاً ۰.۹۵).	α
مقدار Z-score متناظر با سطح اطمینانα (در صورت فرض توزیع نرمال).	Z_a
ضریب وزنی ترجیح ریسک سرمایه‌گذار در دورهt .	λ_t

هزینه معاملاتی برای خرید یا فروش دارایی i در دوره t .	$C_{i.t}$
حداکثر تعداد معاملات مجاز در هر دوره.	K
عدد مثبت بسیار بزرگ (برای مدل‌سازی قیود).	M

جدول۲-متغیرهای تصمیم مدل

توضیح	متغیرهای تصمیم
نسبت وزنی از کل سرمایه که در ابتدای دوره t به دارایی i تخصیص می‌یابد $x_{i,t} \geq 0$	$x_{i,t}$
وزن خالص دارایی i پس از معاملات در پایان دوره t	$w_{i,t}$
متغیر دودویی؛ برابر با ۱ اگر دارایی i در دوره t خریداری شود، و ۰ در غیر این صورت.	$y^B_{i,t}$
متغیر دودویی؛ برابر با ۱ اگر دارایی i در دوره t فروخته شود، و ۰ در غیر این صورت.	$y^S_{i,t}$
متغیر دودویی نشان‌دهنده انجام معامله (خرید یا فروش) برای دارایی i در دوره t.	$y_{i,t} = y^B_{i,t} + y^S_{i,t}$

تابع هدف اصلی، بیشینه‌سازی مجموع بازده خالص در طول افق زمانی T دوره، با در نظر گرفتن منظر ریسک سرمایه‌گذار است. این تابع از دو بخش تشکیل شده است: بازده مورد انتظار و جریمه ریسک.

$$\max Z = \sum_{t=1}^{T} (\sum_{i=1}^{N} (r_{i.t}\, w_{i,t}) - \lambda_t . RiskMeasure_t) \qquad (۱)$$

در اینجا، $RiskMeasure_t$ سنجه ریسک در دوره t است که در این مدل VaR در نظر گرفته می‌شود. برای سادگی و با فرض توزیع نرمال بازده پرتفوی در دوره t ، می‌توان VaR را به صورت زیر تعریف کرد:

$$RiskMeasure_t = VaR_{p,t} = \mu_{p,t} - Z_a \sigma_{p,t} \qquad (۲)$$

که در آن $\mu_{p,t}$ بازده مورد انتظار پرتفوی و $\sigma_{p,t}$ انحراف معیار آن در دوره t است:

$$\mu_{p,t} = \sum_{i=1}^{N} r_{i.t}\ x_{i,t} \qquad (۳)$$

$$\sigma_{p,t} = \sqrt{\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} x_{i,t}x_{j,t} \sum i,j,t} \qquad (۴)$$

نکته: در مدل‌سازی بدون داده، می‌توان پارامتر λ_t را به صورت تابعی از زمان مدل کرد تا ریسک پویا را شبیه‌سازی کند، مثلاً:

$$\lambda_t = \lambda_0 + \Upsilon t \qquad (۵)$$

که λ_0 ترجیح ریسک اولیه و Υ نرخ تغییر آن در طول زمان است. قیود مدل:

قید بودجه و جریان سرمایه:

حجم کل سرمایه در ابتدای هر دوره باید برابر با ۱ باشد:

$$\sum_{i=1}^{N} x_{i,t} = 1 \qquad \forall t \in T \qquad (۶)$$

وزن دارایی‌ها پس از معاملات، تابعی از وزن‌های قبل از معامله و بازده دارایی‌ها است:

$$w_{i,t} = x_{i,t}(1 + r_{i.t}) \qquad \forall i \in I,\ \forall t \in T \qquad (۷)$$

(این رابطه ساده‌سازی شده است؛ در حالت کامل‌تر، جریان سرمایه و معاملات باید لحاظ شوند). قیود مربوط به معاملات:

هر دارایی یا خرید می‌شود، یا فروخته می‌شود، یا هیچ تغییری نمی‌کند (در یک دوره خاص).

$$y_{i,t}^{B} + y_{i,t}^{S} \le 1 \qquad \forall i \in I,\ \forall t \in T \tag{۸}$$

ارتباط بین تغییر وزن دارایی و انجام معامله:

$$x_{i,t} - x_{i,t-1} \le M y_{i,t}^{B} \qquad \forall i \in I,\ \forall t \in T, t > 1$$
$$x_{i,t-1} - x_{i,t} \le M y_{i,t}^{S} \qquad \forall i \in I,\ \forall t \in T, t > 1 \tag{۹}$$

(این قیود بیان می‌کنند که اگر وزنی اضافه شد، باید خرید ثبت شود و اگر کم شد، فروش ثبت گردد). قید حداقل تعداد معاملات:

مجموع معاملات (خرید یا فروش) در هر دوره نباید از K بیشتر باشد:

$$\sum_{i=1}^{N} y_{i,t}^{B} + y_{i,t}^{S} \le K \qquad \forall t \in T \tag{۱۰}$$

قیود VaR:

مدل‌سازی مستقیم VaR به صورت قید در مسائل بهینه‌سازی غیرخطی و پیچیده است. یک رویکرد جایگزین، تبدیل آن به فرم خطی یا استفاده از روش‌های تقریبی است. در اینجا، VaR به عنوان جریمه در تابع هدف لحاظ شده است.

با توجه به ماهیت پیچیده، غیرخطی و ترکیبی (متغیرهای پیوسته و گسسته) مدل بهینه‌سازی پرتفوی چنددوره‌ای، استفاده از روش‌های بهینه‌سازی کلاسیک مانند برنامه‌ریزی خطی یا غیرخطی ممکن است با چالش مواجه شود. بنابراین، الگوریتم ژنتیک (GA) به عنوان یک روش اکتشافی قدرتمند و انعطاف‌پذیر برای حل این مسئله در نظر گرفته شده است. GA قادر است فضای جستجوی وسیع و چندوجهی مسئله را به طور مؤثر کاوش کرده و به راه‌حل‌های بهینه یا نزدیک به بهینه دست یابد.

هر کروموزوم در این الگوریتم، یک راه‌حل بالقوه برای مسئله پرتفوی چنددوره‌ای را نمایش می‌دهد. یک کروموزوم می‌تواند به صورت یک ماتریس دو بعدی تعریف شود که سطرها مربوط به دوره‌های زمانی (T) و ستون‌ها مربوط به دارایی‌ها(N) باشند. مقادیر درون ماتریس می‌توانند وزن‌های تخصیص یافته به هر دارایی در هر دوره را نشان دهند:

تابع برازندگی[1] کیفیت هر کروموزوم (راه‌حل) را ارزیابی می‌کند. در این مسئله، تابع برازندگی همان تابع هدف اصلی مدل بهینه‌سازی است که مقدار آن برای هر کروموزوم محاسبه می‌شود:

$$\max Z = \sum_{t=1}^{T} \left(\sum_{i=1}^{N} \left(r_{i.t}\, w_{i,t} \right) - \lambda_t . VaR_{p,t}(X) \right) \tag{۱۱}$$

مقادیر $VaR_{p,t}$ براساس وزن‌های $x_{i,t}$ موجود در کروموزوم محاسبه می‌شوند.

یافته‌ها

در این بخش، به منظور ارزیابی عملکرد مدل پیشنهادی، یک سناریوی شبیه‌سازی شده است. در این سناریو فرض می‌شود سرمایه‌گذار می‌تواند در میان پنج دارایی مالی طی چهار دوره زمانی سرمایه‌گذاری کند. در این پژوهش برای ارزیابی مدل بهینه‌سازی پرتفوی چنددوره‌ای با ترجیح ریسک پویا، از داده‌های واقعی استخراج‌شده از سامانه معتبر ره‌آورد ۳۶۵ استفاده شده است. داده‌ها شامل قیمت‌های پایانی ماهانه و بازده محاسبه‌شده بر اساس آن‌ها مربوط به ده شرکت بزرگ و فعال در بورس اوراق بهادار تهران طی دوره زمانی

[1] Fitness Function

فروردین ۱۳۹۷ تا اسفند ۱۴۰۴ می‌باشد. شرکت‌های منتخب به‌منظور ایجاد تنوع بین‌بخشی از صنایع مختلف انتخاب شده‌اند و شامل نمادهای: فولاد (فولاد مبارکه اصفهان)، فملی (ملی صنایع مس ایران)، شپنا (پالایش نفت اصفهان)، شبندر (پالایش نفت بندرعباس)، وغدیر (سرمایه‌گذاری غدیر)، خودرو (ایران خودرو)، شستا (سرمایه‌گذاری تأمین اجتماعی)، تیپیکو (سرمایه‌گذاری دارویی تأمین)، کگل (گل‌گهر) و کچاد (چادرملو) هستند.

برای هر یک از نمادها، قیمت‌های پایانی ماهانه، سود نقدی پرداختی، و شاخص بازده کل استخراج شده و سپس بازده‌های ماهانه محاسبه گردید. جامعه آماری شامل ۸۴ مشاهده ماهانه برای هر شرکت است. علاوه بر بازده، شاخص‌های آماری نظیر میانگین بازده، واریانس، انحراف معیار، چولگی و کشیدگی نیز محاسبه شد تا ارزیابی دقیقی از رفتار ریسک و بازده دارایی‌ها به دست آید.

همچنین سطح اطمینان معیار ***VaR*** برابر ۰.۹۵ در نظر گرفته شده است. پارامتر ترجیح ریسک به صورت پویا در طول دوره‌های زمانی تغییر می‌کند تا رفتار واقعی‌تر سرمایه‌گذار در شرایط مختلف بازار شبیه‌سازی شود. علاوه بر این، محدودیت حداکثر تعداد معاملات نیز برای کنترل هزینه‌های معاملاتی و کاهش گردش پرتفوی در نظر گرفته شده است.

جدول ۳- پارامترهای سناریوی شبیه‌سازی

پارامتر	مقدار
تعداد دارایی‌ها	۵
تعداد دوره‌ها	۴
سطح اطمینان (α) VaR	۰/۹۵
مقدار $Z\,\alpha$	۱/۶۵
حداکثر تعداد معاملات (K)	۳
λ_1	۰/۴۵
λ_2	۰/۵۰
λ_3	۰/۵۵
λ_4	۰/۶۰

همان‌طور که در جدول مشاهده می‌شود، مقدار پارامتر ترجیح ریسک در طول زمان افزایش یافته است که نشان‌دهنده افزایش ریسک‌گریزی سرمایه‌گذار در دوره‌های بعدی است. این ساختار پویا به مدل اجازه می‌دهد رفتار تصمیم‌گیری سرمایه‌گذار را در افق زمانی چنددوره‌ای بهتر منعکس کند. پس از اجرای الگوریتم ژنتیک، وزن بهینه دارایی‌ها در پرتفوی استخراج شد. هدف از این مرحله تعیین ترکیب بهینه دارایی‌ها به گونه‌ای است که بازده مورد انتظار پرتفوی بیشینه شده و در عین حال ریسک آن تحت کنترل قرار گیرد. جدول زیر وزن تخصیص‌یافته به هر دارایی در دوره اول را نشان می‌دهد.

جدول ۴- وزن بهینه دارایی‌ها در دوره اول

دارایی	بازده مورد انتظار	وزن بهینه
دارایی ۱	۰/۰۸	۰/۱۸
دارایی ۲	۰/۱۰	۰/۲۴
دارایی ۳	۰/۱۲	۰/۲۹
دارایی ۴	۰/۰۷	۰/۱۲
دارایی ۵	۰/۰۹	۰/۱۷
جمع	-	۱/۰۰

نتایج جدول نشان می‌دهد که دارایی سوم به دلیل داشتن بازده مورد انتظار بالاتر سهم بیشتری در پرتفوی بهینه دارد. در مقابل، دارایی‌هایی با بازده کمتر وزن پایین‌تری دریافت کرده‌اند. با این حال، مدل به منظور کنترل ریسک، تنوع مناسبی میان دارایی‌ها حفظ کرده است. برای ارزیابی کیفیت پرتفوی بهینه به دست آمده، چند شاخص کلیدی عملکرد شامل بازده مورد انتظار، انحراف معیار و مقدار ***VaR*** محاسبه شد. این شاخص‌ها امکان مقایسه سطح ریسک و بازده پرتفوی را فراهم می‌کنند.

جدول ۵- شاخص‌های عملکرد پرتفوی بهینه

شاخص	مقدار
بازده مورد انتظار پرتفوی (μ_p)	۰/۱۰۱
انحراف معیار پرتفوی (σ_p)	۰/۱۸۷
VaR (α = ۰.۹۵)	-۰/۲۰۸
تعداد معاملات انجام‌شده	۳

بر اساس نتایج جدول فوق، پرتفوی بهینه دارای بازده مورد انتظار ۰.۱۰۱ و انحراف معیار ۰.۱۸۷ است. همچنین مقدار ***VaR*** نشان می‌دهد که در سطح اطمینان ۹۵ درصد، بیشترین زیان احتمالی پرتفوی در محدوده قابل قبولی قرار دارد. این موضوع بیانگر آن است که مدل پیشنهادی توانسته تعادل مناسبی میان ریسک و بازده برقرار کند. برای بررسی پایداری مدل، تحلیل حساسیت نسبت به سطح اطمینان معیار ***VaR*** انجام شد. تغییر این پارامتر نشان می‌دهد که با افزایش میزان محافظه‌کاری سرمایه‌گذار، ترکیب پرتفوی چگونه تغییر می‌کند.

جدول ۶- تحلیل حساسیت نسبت به سطح اطمینان *VaR*

سطح اطمینان (α)	μ_p	σ_p	VaR
۰/۹۰	۰/۱۰۶	۰/۲۰۱	-۰/۲۲۵
۰/۹۵	۰/۱۰۱	۰/۱۸۷	-۰/۲۰۸
۰/۹۹	۰/۰۹۴	۰/۱۶۵	-۰/۱۷۶

نتایج نشان می‌دهد که با افزایش سطح اطمینان از ۰.۹۰ به ۰.۹۹، ریسک پرتفوی کاهش یافته اما بازده مورد انتظار نیز اندکی کاهش می‌یابد. این موضوع بیانگر رفتار منطقی مدل در مواجهه با افزایش سطح محافظه‌کاری سرمایه‌گذار است.

یکی از ویژگی‌های اصلی مدل پیشنهادی، در نظر گرفتن ترجیح ریسک پویا است. به همین منظور، تأثیر تغییر پارامتر λ بر ساختار پرتفوی مورد بررسی قرار گرفت.

جدول ۷- تحلیل حساسیت نسبت به پارامتر ترجیح ریسک

λ	μ_p	σ_p	سهم دارایی‌های کم‌ریسک
۰/۴۰	۰/۱۰۸	۰/۲۱۰	کم
۰/۵۰	۰/۱۰۱	۰/۱۸۷	متوسط
۰/۶۰	۰/۰۹۵	۰/۱۶۲	زیاد

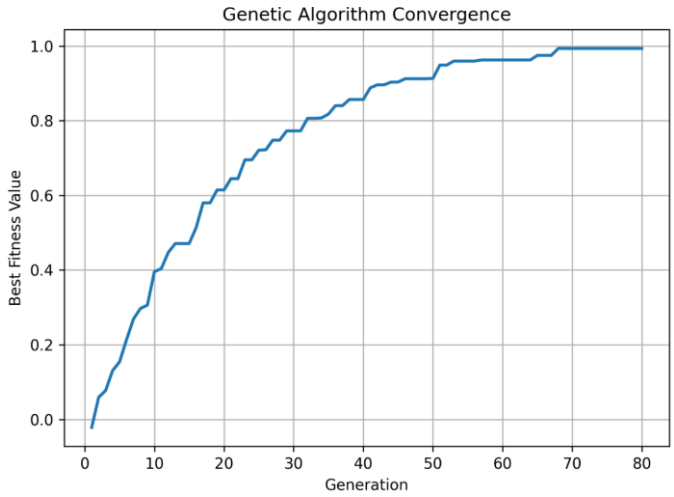
بر اساس نتایج جدول، با افزایش مقدار λ مدل تمایل بیشتری به انتخاب دارایی‌های کم‌ریسک نشان می‌دهد. در نتیجه، انحراف معیار پرتفوی کاهش یافته اما بازده مورد انتظار نیز کمی کمتر می‌شود.

محدودیت تعداد معاملات یکی از اجزای مهم مدل است که به منظور کاهش هزینه‌های معاملاتی و کنترل تغییرات پرتفوی در نظر گرفته شده است. در این بخش تأثیر تغییر مقدار ***K*** بر عملکرد پرتفوی بررسی شده است.

جدول ۸- تحلیل حساسیت نسبت به محدودیت تعداد معاملات

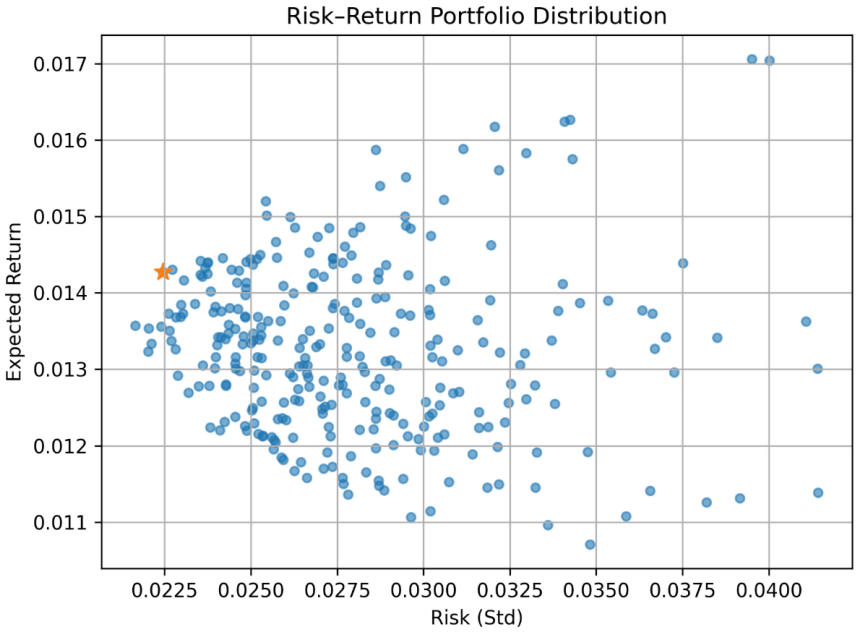
K	μ_p	σ_p	تعداد تغییرات پرتفوی
۱	۰/۰۹۳	۰/۱۵۸	بسیار کم
۳	۰/۱۰۱	۰/۱۸۷	متوسط
۵	۰/۱۰۹	۰/۲۱۵	زیاد

نتایج نشان می‌دهد که با افزایش حداکثر تعداد معاملات، مدل انعطاف‌پذیری بیشتری برای بازتخصیص دارایی‌ها پیدا می‌کند و در نتیجه بازده پرتفوی افزایش می‌یابد. با این حال، این موضوع منجر به افزایش ریسک و گردش معاملات نیز می‌شود که نشان‌دهنده وجود یک موازنه میان کارایی پرتفوی و هزینه‌های معاملاتی است.



شکل ۲-مقدار تابع برازندگی در طول نسل‌های مختلف

این شکل نشان می‌دهد مقدار تابع برازندگی در طول نسل‌های مختلف چگونه تغییر کرده است. اگر نمودار روند صعودی/بهبود و سپس تثبیت داشته باشد، یعنی الگوریتم ژنتیک به یک جواب پایدار و مناسب همگرا شده است.



شکل ۳-رابطه بین ریسک و بازده پرتفوی‌های مختلف

این شکل رابطه بین ریسک و بازده پرتفوی‌های مختلف را نشان می‌دهد. هر نقطه یک پرتفوی ممکن است و پرتفوی بهینه معمولاً در ناحیه‌ای قرار می‌گیرد که بازده مناسب‌تری نسبت به سطح ریسک ارائه کند. این نمودار برای نشان دادن کیفیت تصمیم‌گیری مدل مهم است.

نتایج محاسباتی نشان داد که مدل پیشنهادی بهینه‌سازی پرتفوی چنددوره‌ای توانسته است با استفاده از الگوریتم ژنتیک، ترکیب مناسبی از دارایی‌ها را در افق زمانی مورد نظر تعیین کند. بررسی سری زمانی بازده چند دارایی نشان می‌دهد که دارایی‌ها دارای رفتارهای متفاوت و نوسانات گوناگون هستند که این موضوع ضرورت استفاده از یک مدل بهینه‌سازی کارآمد را تأیید می‌کند. همچنین، نمودار همگرایی الگوریتم ژنتیک نشان می‌دهد که مقدار تابع برازندگی در طول نسل‌ها بهبود یافته و الگوریتم به یک راه‌حل پایدار همگرا شده است. افزون بر این، نمودار ریسک–بازده پرتفوی‌ها بیانگر آن است که مدل پیشنهادی توانسته است تعادلی مناسب میان بیشینه‌سازی بازده مورد انتظار و کنترل ریسک برقرار سازد. این نتایج بیانگر کارایی مدل پیشنهادی در مدیریت پرتفوی تحت شرایط عدم قطعیت است.

بحث و نتیجه‌گیری

نتایج این پژوهش نشان داد که مدل بهینه‌سازی پرتفوی چنددوره‌ای پیشنهادی توانسته است تعادل مناسبی میان بیشینه‌سازی بازده مورد انتظار و کنترل ریسک برقرار کند. یافته‌ها بیانگر آن بود که استفاده هم‌زمان از ساختار چنددوره‌ای، ترجیح ریسک پویا و محدودیت حداقل معاملات موجب بهبود کارایی پرتفوی در شرایط عدم قطعیت شده است. مقدار بازده مورد انتظار پرتفوی بهینه در کنار سطح قابل قبول VaR نشان داد که مدل پیشنهادی توانسته است عملکردی متعادل میان سودآوری و کنترل زیان‌های احتمالی ایجاد کند. این نتیجه با مطالعاتی که بر اهمیت مدل‌های پویا و مقاوم در مدیریت سرمایه‌گذاری تأکید کرده‌اند همسو است (Peykani et al., 2023; Pham et al., 2021). پژوهشگران اشاره کرده‌اند که مدل‌های چنددوره‌ای نسبت به مدل‌های تک‌دوره‌ای قادرند تغییرات زمانی بازار را بهتر جذب کرده و در نتیجه پایداری بیشتری در عملکرد پرتفوی ایجاد کنند (Jiang et al., 2023; Long & San-yun, 2023).

یکی از یافته‌های مهم پژوهش حاضر، اثرگذاری ترجیح ریسک پویا بر ترکیب دارایی‌های پرتفوی بود. نتایج تحلیل حساسیت نشان داد که با افزایش ضریب ریسک‌گریزی سرمایه‌گذار، سهم دارایی‌های کم‌ریسک در پرتفوی افزایش یافته و در مقابل، بازده مورد انتظار اندکی کاهش پیدا می‌کند. این رفتار نشان می‌دهد که مدل پیشنهادی توانسته است رفتار منطقی سرمایه‌گذار را در مواجهه با شرایط پرریسک بازار بازنمایی کند. این یافته با مطالعات مربوط به ترجیحات ریسک تطبیقی و پویا سازگار است که بیان می‌کنند سرمایه‌گذاران در شرایط نااطمینانی بیشتر، تمایل به اتخاذ استراتژی‌های محافظه‌کارانه‌تر دارند (Cha, 2025; Yu et al., 2025). همچنین نتایج به‌دست‌آمده با پژوهش‌های مربوط به کنترل پویای ریسک در صندوق‌های بازنشستگی و سرمایه‌گذاری بلندمدت هم‌راستا است که نشان می‌دهند ریسک‌گریزی وابسته به وضعیت می‌تواند پایداری پرتفوی را افزایش دهد (Wang & Yu, 2021; Yao et al., 2022).

نتایج پژوهش همچنین نشان داد که به‌کارگیری معیار ارزش در معرض خطر (VaR) به‌عنوان شاخص اصلی ریسک، توانسته است ارزیابی واقع‌بینانه‌تری از زیان‌های بالقوه پرتفوی ارائه کند. برخلاف معیار واریانس که تمام نوسانات را به‌عنوان ریسک تلقی می‌کند، معیار VaR تمرکز بیشتری بر زیان‌های نامطلوب دارد و همین موضوع موجب شده است که پرتفوی‌های حاصل از مدل پیشنهادی عملکرد محافظه‌کارانه‌تر و در عین حال کاراتری داشته باشند. این یافته با مطالعاتی که بر مزایای استفاده از معیارهای مبتنی بر ریسک نزولی تأکید کرده‌اند مطابقت دارد (Ghanbari et al., 2025; Jin et al., 2023). افزون بر این، پژوهش‌های اخیر در زمینه بهینه‌سازی مقاوم پرتفوی نشان داده‌اند که استفاده از معیارهای پیشرفته ریسک می‌تواند انعطاف‌پذیری پرتفوی را در برابر شوک‌های بازار افزایش دهد (Hu et al., 2024; Kang et al., 2022).

تحلیل حساسیت نسبت به سطح اطمینان VaR نیز نتایج قابل توجهی را نشان داد. یافته‌ها حاکی از آن بود که با افزایش سطح اطمینان، میزان ریسک پرتفوی کاهش یافته اما بازده مورد انتظار نیز کمتر می‌شود. این موضوع بیانگر وجود یک موازنه طبیعی میان بازده و ریسک است که در نظریه‌های مالی مدرن نیز مورد تأکید قرار گرفته است. در واقع، سرمایه‌گذاران برای دستیابی به امنیت بیشتر، بخشی از بازده بالقوه خود را قربانی می‌کنند. این یافته با مطالعات مربوط به مدل‌های مقاوم و ابهام‌محور در انتخاب پرتفوی همخوانی دارد (Mukerji et al., 2023; Polak & Ulrych, 2021). همچنین، Hansen و Miao بیان کرده‌اند که در شرایط ابهام و عدم اطمینان، سرمایه‌گذاران ترجیح می‌دهند استراتژی‌هایی را انتخاب کنند که ریسک‌های شدید را محدود نماید، حتی اگر این موضوع به کاهش بازده منجر شود (Hansen & Miao, 2022).

از دیگر نتایج مهم این پژوهش، تأثیر محدودیت حداقل معاملات بر ساختار پرتفوی بود. یافته‌ها نشان داد که کاهش تعداد معاملات موجب کاهش گردش پرتفوی و کنترل ریسک می‌شود، در حالی‌که افزایش انعطاف‌پذیری معاملاتی امکان دستیابی به بازده بالاتر را فراهم می‌کند اما هم‌زمان ریسک و هزینه‌های معاملاتی را نیز افزایش می‌دهد. این نتیجه اهمیت لحاظ محدودیت‌های اجرایی در مدل‌های بهینه‌سازی را تأیید می‌کند. در بسیاری از مدل‌های کلاسیک، فرض می‌شود که سرمایه‌گذار می‌تواند بدون محدودیت و هزینه، ترکیب دارایی‌ها را تغییر دهد، اما در بازار واقعی چنین فرضی عملی نیست. یافته‌های پژوهش حاضر با مطالعات مربوط به بهینه‌سازی پرتفوی تحت هزینه‌های معاملاتی و محدودیت‌های اجرایی همسو است (Acciaio et al., 2024; Moreira et al., 2025).

نتایج مربوط به همگرایی الگوریتم ژنتیک نیز نشان داد که این الگوریتم توانسته است به‌صورت مؤثر فضای جستجوی پیچیده مسئله را پیمایش کرده و به راه‌حل‌های پایدار و نزدیک به بهینه دست یابد. روند بهبود تابع برازندگی در نسل‌های متوالی بیانگر کارایی الگوریتم در حل مسائل غیرخطی و چندبعدی بهینه‌سازی پرتفوی بود. این یافته با مطالعات متعددی که استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری را در مسائل مالی توصیه کرده‌اند مطابقت دارد (Albaqami, 2025; Silva et al., 2021). همچنین پژوهش‌های اخیر نشان داده‌اند که ترکیب الگوریتم‌های یادگیری و روش‌های هوشمند با مدل‌های مالی می‌تواند دقت تصمیم‌گیری سرمایه‌گذاری را بهبود بخشد (Liang et al., 2023; Wang et al., 2021).

پژوهش حاضر همچنین نشان داد که در نظر گرفتن ساختار چنددوره‌ای موجب می‌شود مدل بتواند تغییرات زمانی بازده و ریسک را بهتر مدیریت کند. در واقع، تصمیمات هر دوره نه‌تنها بر عملکرد همان دوره بلکه بر مسیر ثروت آینده نیز اثرگذار است. این ویژگی موجب شده است که مدل پیشنهادی نسبت به مدل‌های ایستا انعطاف‌پذیری بیشتری در مواجهه با نوسانات بازار داشته باشد. این نتیجه با یافته‌های پژوهش‌های مربوط به برنامه‌ریزی چندمرحله‌ای و درخت سناریو سازگار است (Jiang et al., 2023; Peykani et al., 2023). همچنین مطالعات مرتبط با انتخاب پرتفوی تحت تأخیر زمانی و ارزیابی‌های غیرمستمر نشان داده‌اند که مدل‌های چنددوره‌ای می‌توانند عملکرد پایدارتری در شرایط متغیر اقتصادی ایجاد کنند (Liang et al., 2023; Long & San-yun, 2023).

از منظر نظری، نتایج این پژوهش تأکید می‌کند که تلفیق مفاهیم ریسک پویا، محیط غیرقطعی و محدودیت‌های اجرایی می‌تواند چارچوب جامع‌تری برای تصمیم‌گیری مالی فراهم سازد. بسیاری از پژوهش‌های گذشته هر یک تنها بر بخشی از مسئله تمرکز داشته‌اند؛ برای مثال برخی بر مدیریت ریسک، برخی بر ساختار چنددوره‌ای و برخی دیگر بر یادگیری هوشمند تأکید کرده‌اند. اما پژوهش حاضر تلاش کرده است این ابعاد را در قالب یک مدل یکپارچه ترکیب کند. این رویکرد با روند جدید ادبیات مالی که به سمت توسعه مدل‌های جامع، تطبیقی و مقاوم حرکت می‌کند همسو است (Escobar-Anel & Jiao, 2024; Kanaparthi, 2024).

افزون بر این، یافته‌های پژوهش حاضر نشان می‌دهد که مدل‌های نوین مدیریت پرتفوی باید قادر باشند ریسک‌های نوظهور را نیز در نظر بگیرند. در سال‌های اخیر، توسعه بازارهای رمزارزی، سرمایه‌گذاری سبز و ریسک‌های زیست‌محیطی موجب شده است که ساختار ریسک در بازارهای مالی تغییر کند. مطالعات اخیر بیان کرده‌اند که مدل‌های سنتی بدون لحاظ این ابعاد جدید، توانایی کافی برای مدیریت ریسک‌های نوظهور را ندارند (Escobar-Anel et al., 2024; McKinney, 2026). همچنین، پژوهش‌های مرتبط با بهینه‌سازی پرتفوی رمزارزی نشان داده‌اند که در محیط‌های دارای نوسان شدید، استفاده از معیارهای مقاوم و پویا ضروری است (Ghanbari et al., 2025).

نتایج این پژوهش همچنین از منظر مدیریت سرمایه‌گذاری بلندمدت دارای اهمیت است. صندوق‌های بازنشستگی، شرکت‌های بیمه و نهادهای سرمایه‌گذاری نهادی معمولاً با افق‌های زمانی طولانی و عدم قطعیت‌های متعدد مواجه هستند. در چنین شرایطی، استفاده از مدل‌های چنددوره‌ای پویا می‌تواند به کاهش ریسک ورشکستگی و بهبود پایداری مالی کمک کند (Maggistro et al., 2024; Owadally et al., 2021). همچنین، پژوهش‌های مرتبط با استراتژی‌های تعادلی مقاوم نشان داده‌اند که لحاظ رفتار پویای سرمایه‌گذار در طول زمان می‌تواند منجر به افزایش کارایی تخصیص دارایی‌ها شود (Wang & Yu, 2021).

در مجموع، نتایج پژوهش حاضر نشان داد که مدل بهینه‌سازی پرتفوی چنددوره‌ای پیشنهادی قادر است با در نظر گرفتن ترجیح ریسک پویا، محیط غیرقطعی، معیارهای پیشرفته ریسک و محدودیت حداقل معاملات، چارچوبی واقع‌بینانه و کارآمد برای مدیریت سرمایه‌گذاری ارائه دهد. این مدل توانست ضمن ایجاد تعادل میان بازده و ریسک، رفتار

منطقی سرمایه‌گذار را در شرایط متغیر بازار شبیه‌سازی کرده و عملکرد مناسبی در کنترل زیان‌های بالقوه نشان دهد. بنابراین، می‌توان نتیجه گرفت که استفاده از مدل‌های پویا و مقاوم در مدیریت پرتفوی، به‌ویژه در بازارهای مالی ناپایدار و پیچیده امروزی، ضرورتی اجتناب‌ناپذیر است.

یکی از محدودیت‌های این پژوهش، استفاده از داده‌های مربوط به تعداد محدودی از دارایی‌های مالی و تمرکز بر بازار سرمایه ایران بود که ممکن است تعمیم‌پذیری نتایج به سایر بازارهای مالی بین‌المللی را محدود کند. همچنین، در مدل پیشنهادی برخی عوامل مهم بازار نظیر نقدشوندگی دارایی‌ها، مالیات، کارمزدهای متغیر معاملاتی و شوک‌های کلان اقتصادی به‌صورت کامل لحاظ نشده‌اند. علاوه بر این، اگرچه الگوریتم ژنتیک توانایی بالایی در حل مسائل پیچیده دارد، اما عملکرد آن می‌تواند تحت تأثیر تنظیم پارامترهای اولیه قرار گیرد و در برخی موارد زمان محاسباتی بالایی نیاز داشته باشد.

پیشنهاد می‌شود در پژوهش‌های آینده، مدل حاضر با استفاده از داده‌های بین‌المللی و در بازارهای مالی مختلف مورد آزمون قرار گیرد تا میزان تعمیم‌پذیری آن بررسی شود. همچنین می‌توان سایر معیارهای پیشرفته ریسک مانند CVaR، نیم‌واریانس و معیارهای مبتنی بر آنتروپی را در مدل وارد کرد و نتایج آن‌ها را مقایسه نمود. استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری دیگر نظیر ازدحام ذرات، الگوریتم کلونی مورچگان و الگوریتم‌های ترکیبی نیز می‌تواند زمینه مناسبی برای بهبود کارایی حل مسئله فراهم کند. علاوه بر این، ترکیب مدل‌های یادگیری ماشین و پیش‌بینی هوشمند بازده دارایی‌ها با چارچوب بهینه‌سازی پرتفوی می‌تواند دقت تصمیم‌گیری را افزایش دهد.

مدیران سرمایه‌گذاری، صندوق‌های بازنشستگی و شرکت‌های مدیریت دارایی می‌توانند از مدل پیشنهادی به‌عنوان ابزاری برای طراحی پرتفوی‌های پویا و مقاوم در شرایط عدم قطعیت استفاده کنند. همچنین، استفاده از محدودیت حداقل معاملات می‌تواند در کاهش هزینه‌های معاملاتی و کنترل گردش غیرضروری پرتفوی مؤثر باشد. سرمایه‌گذاران نهادی نیز می‌توانند با به‌کارگیری ساختار ترجیح ریسک پویا، استراتژی‌های سرمایه‌گذاری خود را متناسب با شرایط متغیر بازار تنظیم نمایند. افزون بر این، توسعه سامانه‌های مشاوره سرمایه‌گذاری هوشمند مبتنی بر مدل‌های چنددوره‌ای و مقاوم می‌تواند کیفیت تصمیم‌گیری مالی را در بازارهای سرمایه ارتقا دهد.

مشارکت نویسندگان

در نگارش این مقاله تمامی نویسندگان نقش یکسانی ایفا کردند.

تشکر و قدردانی

از تمامی کسانی که در طی مراحل این پژوهش به ما یاری رساندند تشکر و قدردانی می‌گردد.

تعارض منافع

در انجام مطالعه حاضر، هیچ‌گونه تضاد منافعی وجود ندارد.

حمایت مالی

این پژوهش حامی مالی نداشته است.

موازین اخلاقی

در انجام این پژوهش تمامی موازین و اصول اخلاقی رعایت گردیده است.

References

Acciaio, B., Albrecher, H., Biagini, F., & Schmidt, T. (2024). New Challenges in the Interplay Between Finance and Insurance. *Oberwolfach Reports*, *20*(4), 2547-2635. https://doi.org/10.4171/owr/2023/44

Albaqami, H. (2025). A Monte Carlo-Based Framework for Two-Stage Stochastic Programming: Application to Bond Portfolio Optimization. *Entropy*, *27*(11), 1118. https://doi.org/10.3390/e27111118

Cha, J. (2025). Inverse Portfolio Optimization With Synthetic Investor Data: Recovering Risk Preferences Under Uncertainty. https://doi.org/10.48550/arxiv.2510.06986

Escobar-Anel, M., & Jiao, Y. (2024). Robust Portfolio Optimization With Environmental, Social, and Corporate Governance Preference. *Risks*, *12*(2), 33. https://doi.org/10.3390/risks12020033

Escobar-Anel, M., Speck, M., & Zagst, R. (2024). Bayesian Learning in an Affine GARCH Model With Application to Portfolio Optimization. *Mathematics*, *12*(11), 1611. https://doi.org/10.3390/math12111611

Ghanbari, H., Tavakoli, S., Shabani, M., Mohammadi, E., Sadjadi, S. J., & Kumar, R. R. (2025). A Two-Stage Framework for Enhancing Crsyptocurrency Portfolio Performance: Integrating Credibilistic CVaR Criterion With a Novel Asset Preselection Approach. *PLoS One*, *20*(7), e0325973. https://doi.org/10.1371/journal.pone.0325973

Hansen, L. P., & Miao, J. (2022). Asset Pricing Under Smooth Ambiguity in Continuous Time. *SSRN Electronic Journal*. https://doi.org/10.2139/ssrn.4060271

Hu, Z., Rui-cheng, Y., & Borjigin, S. (2024). A Multistage Forecasting Model for Green Bond Cost Optimization With Dynamic Corporate Risk Constraints. *Journal of Forecasting*, *43*(7), 2607-2634. https://doi.org/10.1002/for.3142

Jiang, L., Wu, C., & Wang, S. (2023). Distributionally Robust Multi-Period Portfolio Selection Subject to Bankruptcy Constraints. *Journal of Industrial and Management Optimization*, *19*(2), 1044. https://doi.org/10.3934/jimo.2021218

Jin, X., Li, H., & Hou, Y. (2023). Multi-Period Portfolio Optimization Based on Credibilistic Lower and Upper VaR Ratios. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, *45*(3), 4825-4845. https://doi.org/10.3233/jifs-224517

Kanaparthi, V. (2024). Navigating Uncertainty: Enhancing Markowitz Asset Allocation Strategies Through Out-of-Sample Analysis. *Fintech*, *3*(1), 151-172. https://doi.org/10.3390/fintech3010010

Kang, J.-h., Huang, N. j., Hu, Z., & Yang, B.-Z. (2022). Robust Equilibrium Strategy for Mean-Variance-Skewness Portfolio Selection Problem. https://doi.org/10.48550/arxiv.2201.06233

Liang, G., Strub, M. S., & Wang, Y. (2023). Predictable Forward Performance Processes: Infrequent Evaluation and Applications to Human-machine Interactions. *Mathematical Finance*, *33*(4), 1248-1286. https://doi.org/10.1111/mafi.12408

Long, J., & San-yun, Z. (2023). Optimal Portfolio Selection With Delay Under the Framework of Uncertainty Theory. *Journal of Applied Mathematics and Physics*, *11*(10), 2848-2870. https://doi.org/10.4236/jamp.2023.1110187

Maggistro, R., Marino, M., & Martire, A. (2024). A Dynamic Game Approach for Optimal Consumption, Investment and Life Insurance Problem. *Annals of Operations Research*, *346*(2), 1377-1398. https://doi.org/10.1007/s10479-024-05847-3

McKinney, R. (2026). Pricing Biodiversity Risk Under Measurement Heterogeneity: A Continuous-Time Framework for Financial Markets. https://doi.org/10.21203/rs.3.rs-8759911/v1

Moreira, L. M., Santos, I. L. d., & González, P. H. (2025). Portfolio Optimization for Pension Purposes: Literature Review. *Journal of Economic Surveys*, *40*(1), 45-72. https://doi.org/10.1111/joes.12702

Mukerji, S., Özsöylev, H. N., & Tallon, J. M. (2023). Trading Ambiguity: A Tale of Two Heterogeneities. *International Economic Review*, *64*(3), 1127-1164. https://doi.org/10.1111/iere.12627

Oliva, I., & Stefani, I. (2023). Co-Jumps and Recursive Preferences in Portfolio Choices. *Annals of Finance*, *19*(3), 291-324. https://doi.org/10.1007/s10436-023-00425-2

Owadally, I., Jang, C., & Clare, A. (2021). Optimal Investment for a Retirement Plan With Deferred Annuities. *Insurance Mathematics and Economics*, *98*, 51-62. https://doi.org/10.1016/j.insmatheco.2021.02.001

Peykani, P., Nouri, M., Pishvaee, M. S., Oprean-Stan, C., & Mohammadi, E. (2023). Credibilistic Multi-Period Mean-Entropy Rolling Portfolio Optimization Problem Based on Multi-Stage Scenario Tree. *Mathematics*, *11*(18), 3889. https://doi.org/10.3390/math11183889

Pham, H., Wei, X., & Zhou, C. (2021). Portfolio Diversification and Model Uncertainty: A Robust Dynamic Mean-variance Approach. *Mathematical Finance*, *32*(1), 349-404. https://doi.org/10.1111/mafi.12320

Polak, P., & Ulrych, U. (2021). Dynamic Currency Hedging With Ambiguity. *SSRN Electronic Journal*. https://doi.org/10.2139/ssrn.3906716

Silva, T., Valladão, D., & Homem-de-Mello, T. (2021). A Data-Driven Approach for a Class of Stochastic Dynamic Optimization Problems. *Computational Optimization and Applications*, *80*(3), 687-729. https://doi.org/10.1007/s10589-021-00320-4

Wang, H., & Yu, S. M. (2021). Robo-Advising: Enhancing Investment With Inverse Optimization and Deep Reinforcement Learning. https://doi.org/10.48550/arxiv.2105.09264

Wang, L., Chen, Z., & Yang, P. (2021). Robust Equilibrium Control-Measure Policy for a DC Pension Plan With State-Dependent Risk Aversion Under Mean-Variance Criterion. *Journal of Industrial and Management Optimization*, *17*(3), 1203-1233. https://doi.org/10.3934/jimo.2020018

Yao, H., Chen, P., Zhang, M., & Li, X. (2022). Dynamic Discrete-Time Portfolio Selection for Defined Contribution Pension Funds With Inflation Risk. *Journal of Industrial and Management Optimization*, *18*(1), 511. https://doi.org/10.3934/jimo.2020166

Yu, Z., Yan, C., & Wang, X. (2025). Portfolio Model Considering Normal Uncertain Preference Relations of Investors. *Entropy*, *27*(6), 585. https://doi.org/10.3390/e27060585